

Programování grafických aplikací (BI-PGA), Přednáška č. 10

# 3D grafika - Blender: Datové struktury pro 3D grafiku

Jiří Chludil

Fakulta informačních technologií  
České vysoké učení technické v Praze  
<https://courses.fit.cvut.cz/BI-PGA/>



ZS 2020/2021

# Motivace

V různých přednáškách se často zmiňují následující pojmy

- konvexní obálka
- K-D Stromy
- zametací hyperrovina
- oktalový strom
- atd ...

Většina těchto algoritmů souvisí s efektivními algoritmy viz. BI-AG1 dříve BI-EFA.

Tato přednáška vychází z podkladových materiálů, které vynikly pro BI-EFA (prof. Ing. Pavel Tvrdík, CSc., Ing. Jiří Chludil a Ing. Petr Matyáš).

# Výpočetní geometrie

## Definice

Cílem výpočetní geometrie je analýza a návrh **efektivních algoritmů** pro určování vlastností a vztahů geometrických objektů. (bezrozměrných geometrických bodů, základních grafických primitiv, obecně jakýchkoli množin bodů ohraničených pomocí čar nebo ploch).

Řešené problémy:

- geometrické vyhledávání,
- reprezentace scény
- detekce kolize objektů
- konstrukce konvexní obálky,
- určení polohy objektů,

# Výpočetní geometrie

## Definice

Cílem výpočetní geometrie je analýza a návrh **efektivních algoritmů** pro určování vlastností a vztahů geometrických objektů.

(bezrozměrných geometrických bodů, základních grafických primitiv, obecně jakýchkoli množin bodů ohraničených pomocí čar nebo ploch).

Řešené problémy:

- geometrické vyhledávání,
- reprezentace scény
- detekce kolize objektů
- konstrukce konvexní obálky,
- určení polohy objektů,

# Kvadrantový strom definice

- Autory Kvadrantových stromů (Quadtree) jsou Raphael Finkel a J.L. Bentley,

## Definice (Kvadrantový strom)

Kvadrantový strom je 4-ární strom, který splňuje navíc následující podmínky:

- 1 každý vnitřní uzel reprezentuje jednu dekompozici 2D prostoru na čtyři navzájem disjunktní kvadranty resp. oblasti,
- 2 každý jeho vnitřní uzel má právě 4 potomky s identifikací SV, SZ, JV, JZ,
- 3 každý uzel obsahuje prostorová data definující dekompozici (liší se dle použití),
- 4 každý list má definovanou maximální kapacitu obsažených objektů, pokud je překročena, je list dekomponován.

# Použití kvadrantového stromu

- tento strom je vhodný pro efektivní reprezentaci elementů (dané souřadnicemi  $x$  a  $y$ ) v 2D prostoru např hmotné body objektů, což umožňuje:
  - ▶ snížení paměťových nároků při zobrazování 2D scény
  - ▶ urychlení 3D grafických algoritmů (sledování paprsku),
  - ▶ zpracování a analýzu obrazu,
  - ▶ efektivní uložení dat pro GIS (Geografické Informační Systémy),

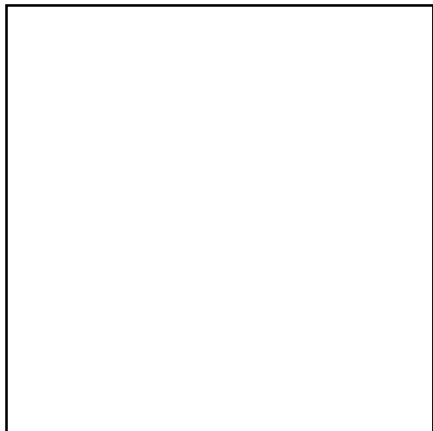
# PR kvadrantový strom (Region Point quadtree)

## Definice (PR kvadrantový strom)

Je kvadrantový strom s těmito vlastnostmi:

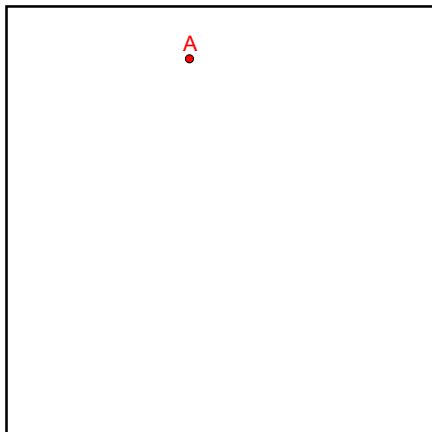
- 1 všechny dekomponované oblasti jsou stejně velké,
- 2 maximální kapacita pro obsažené elementy je 1,
- 3 uživatelská data jsou elementy a jsou uloženy jen v listech,
- 4 pro urychlení výpočtu obsahuje každý uzel souřadnice oblasti, kterou uzel reprezentuje.

# Příklad PR kvadrantového stromu



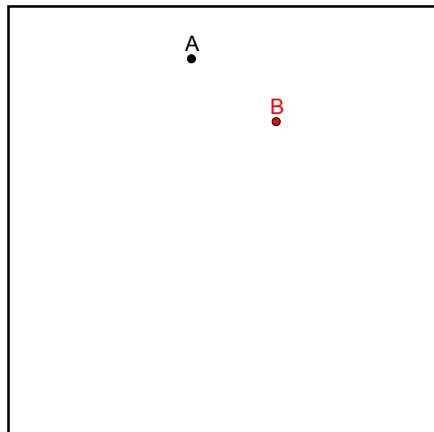


# Příklad PR kvadrantového stromu



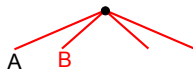
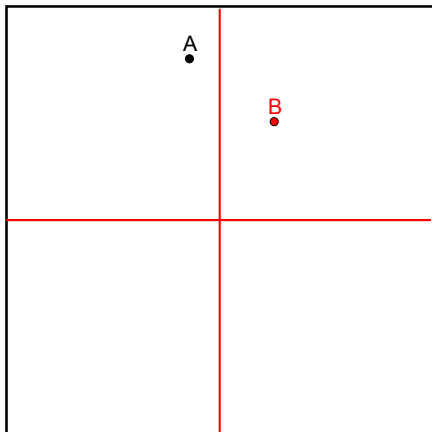
•  
A

# Příklad PR kvadrantového stromu

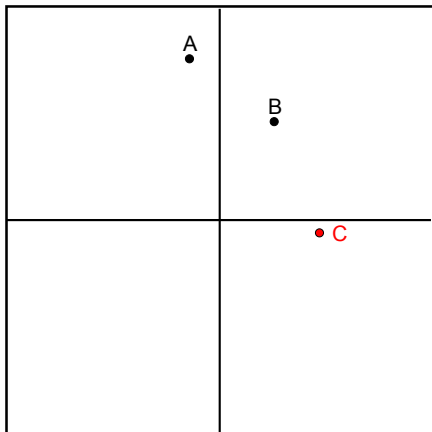


•  
A  
B

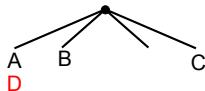
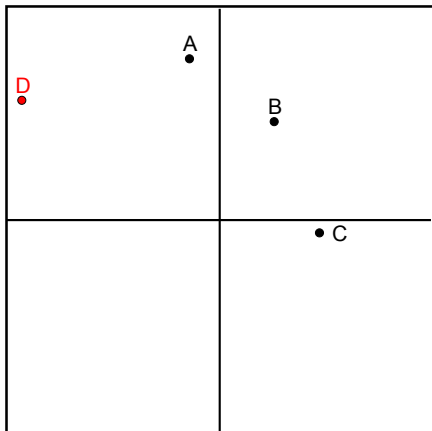
# Příklad PR kvadrantového stromu



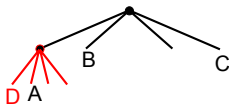
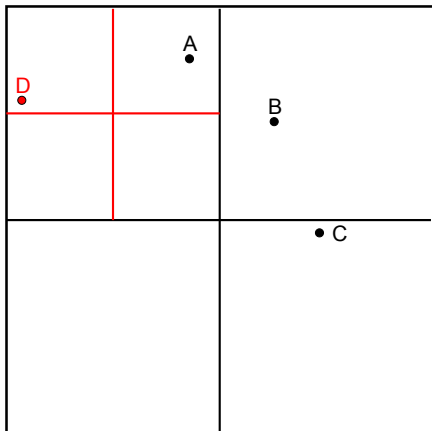
# Příklad PR kvadrantového stromu



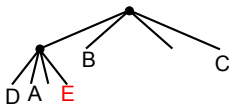
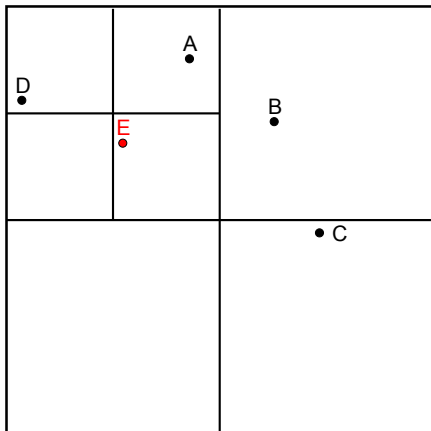
# Příklad PR kvadrantového stromu



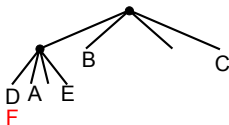
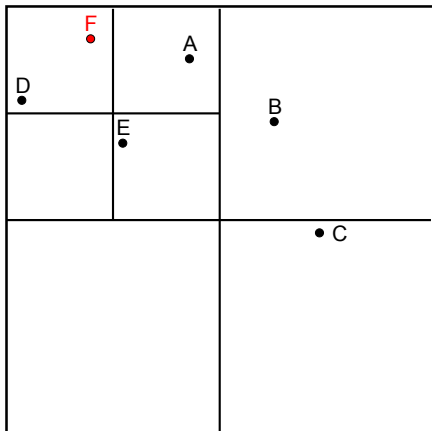
# Příklad PR kvadrantového stromu



# Příklad PR kvadrantového stromu

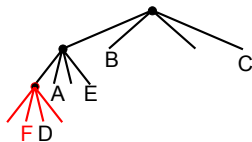
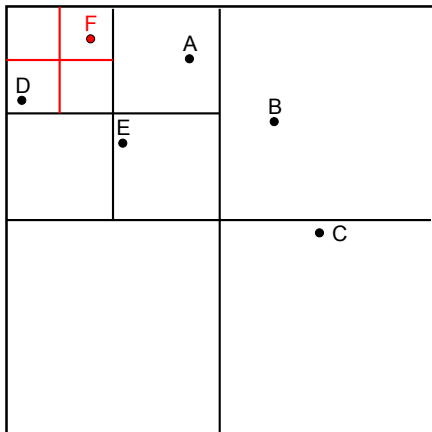


# Příklad PR kvadrantového stromu

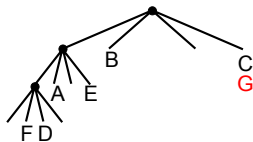
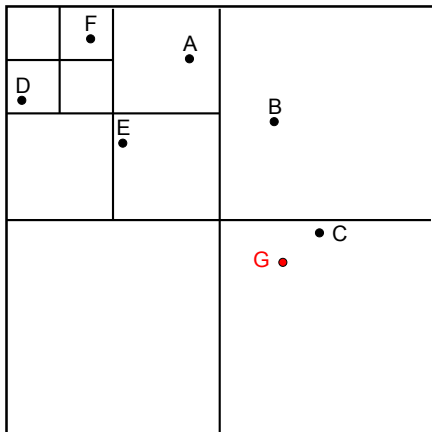




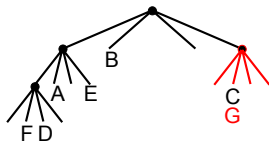
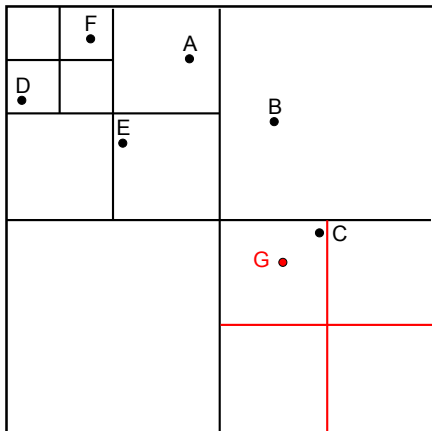
# Příklad PR kvadrantového stromu



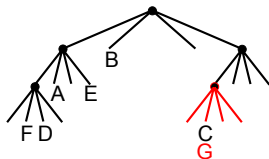
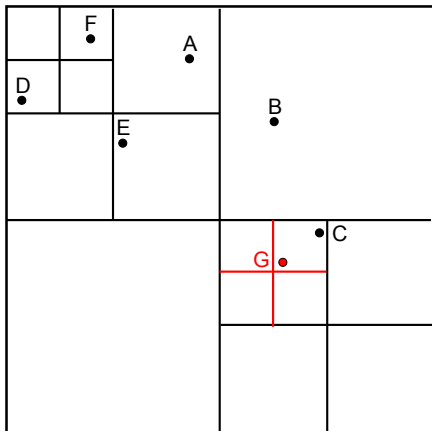
# Příklad PR kvadrantového stromu



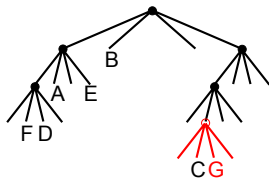
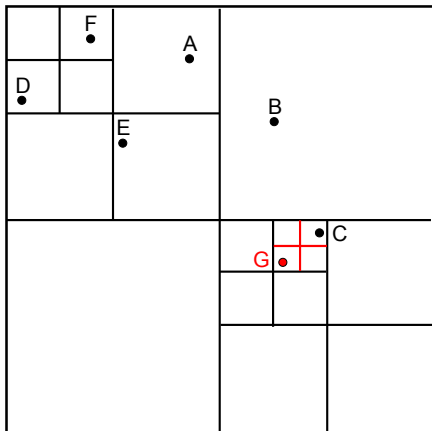
# Příklad PR kvadrantového stromu



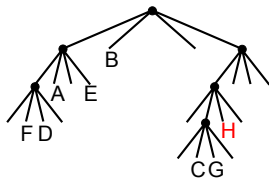
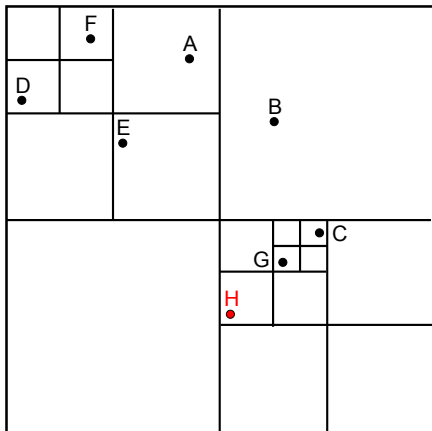
# Příklad PR kvadrantového stromu



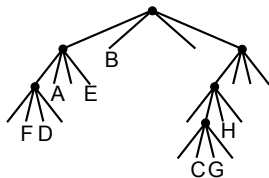
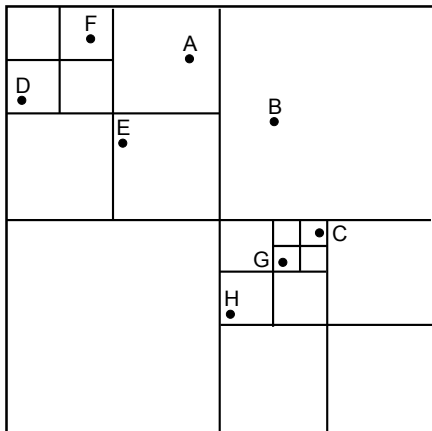
# Příklad PR kvadrantového stromu



# Příklad PR kvadrantového stromu



# Příklad PR kvadrantového stromu



# Vložení elementu do PR kvadrantového stromu

Postup pro vložení prvku, řekněme  $(coord, elem)$ , je velmi podobné pro vložení do BVS jen ve dvou rozměrech.

- 1 Nejprve se podle souřadnice nalezne list, do kterého nově vkládaný element patří
  - ▶ Klíči jsou zadané souřadnice (dvě pro 2D prostor), které porovnáváme se středem oblasti, kterou reprezentuje prohledávaný uzel a vybíráme příslušný kvadrant, do kterého souřadnice patří.
- 2 Pokud je list prázdný (neobsahuje žádný element), pak je element  $elem$  vložen do listu.
- 3 Pokud je list plný, provede se dekompozice uzlu
  - ▶ Vytvoří se čtyři potomci dekomponovaného uzlu.
  - ▶ Element původně uložený v dekomponovaném uzlu se přesune do odpovídajícího syna (dle souřadnice uloženého elementu).
  - ▶ Rekursivně se provede operaci vkládání pro dekomponovaný uzel.

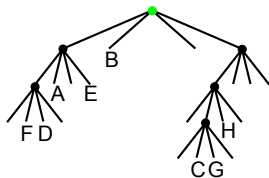
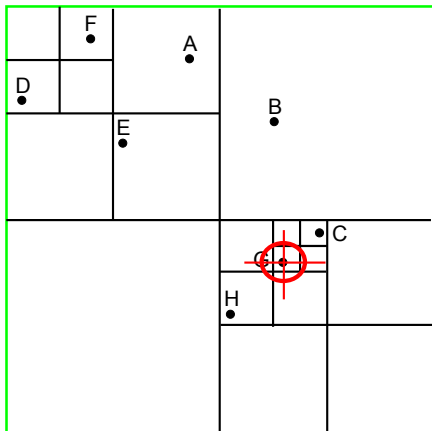


# Hledání elementu v PR kvadrantovém stromu

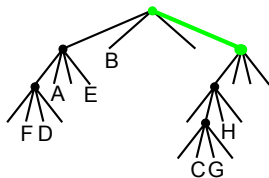
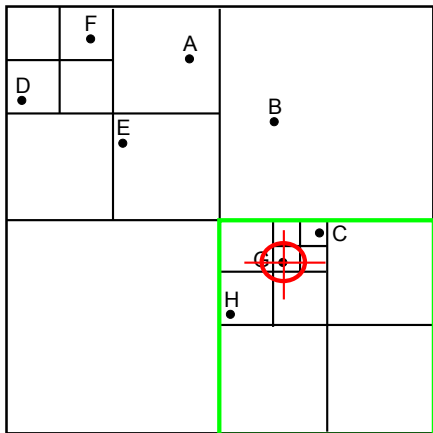
Algoritmus vyhledání oblasti obsahující hledaný element s 2D souřadnicí *coord* v kvadrantovém stromu s kořenem *r*:

- Otestuje se, zda je kořen *r* listem:
  - ▶ Pokud ano, otestuje se, zda je kořen plný (obsahuje odkaz na uložený element):
    - ★ Pokud ano, provede se operace nad hledaným elementem a zadanou souřadnicí *coord* (např. detekce kolize souřadnice s uloženým elementem).
    - ★ Pokud ne, je hledání ukončeno jako neúspěšné.
  - ▶ Pokud ne, provede se rekursivně totéž pro odpovídající podstrom (dle hledané souřadnice *coord*) reprezentující jeden z kvadrantů.

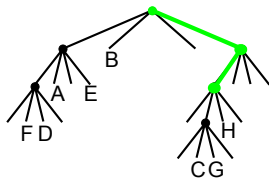
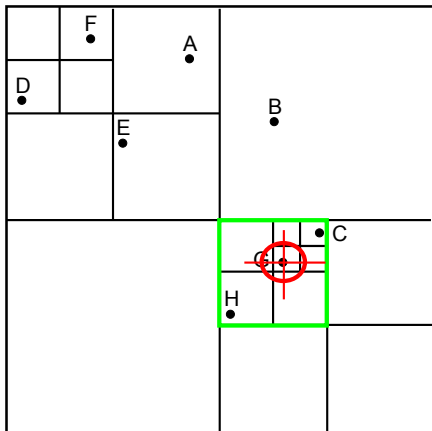
# Hledání v PR kvadrantového stromu



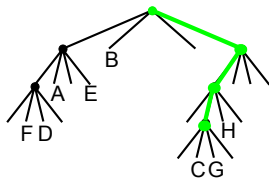
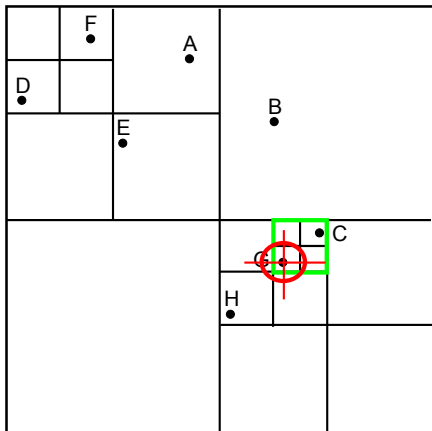
# Hledání v PR kvadrantového stromu



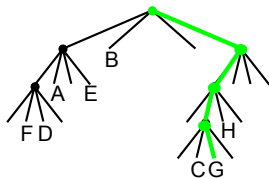
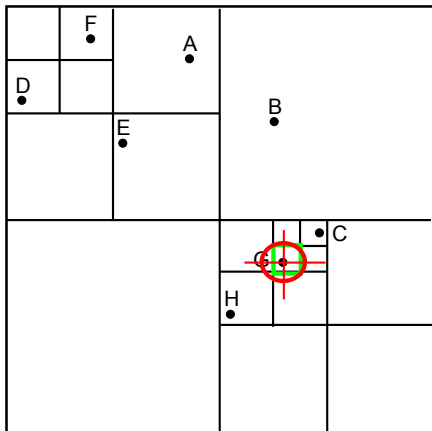
# Hledání v PR kvadrantového stromu



# Hledání v PR kvadrantového stromu



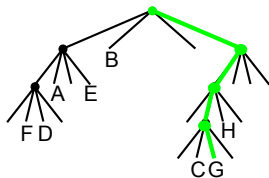
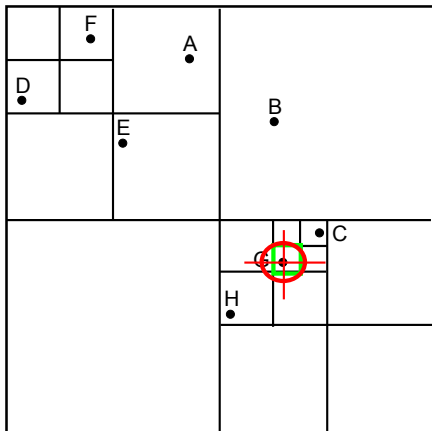
# Hledání v PR kvadrantového stromu



# Mazání elementu z PR kvadrantového stromu

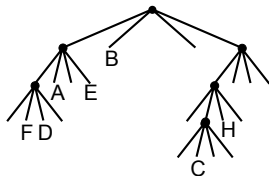
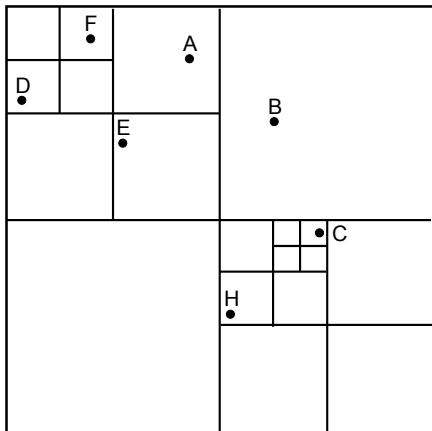
- 1 Nalezne se list, který obsahuje hledaný element.
- 2 Provede se výmaz daného elementu.
- 3 Otestují se sourozence listu, zda jsou listy a jsou prázdné:
  - ▶ Pokud ano, stane se jejich otec listem. A vrátím se na bod 3.
  - ▶ Pokud ne, konec mazání.

# Mazání v PR kvadrantového stromu

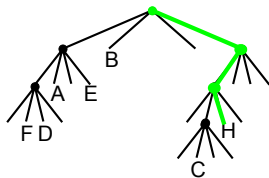
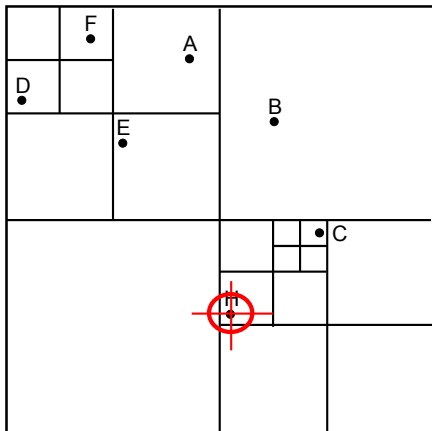




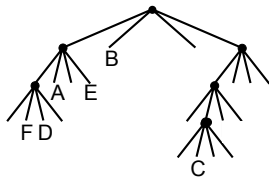
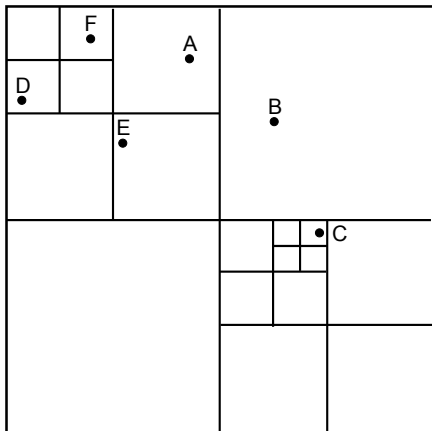
# Mazání v PR kvadrantového stromu



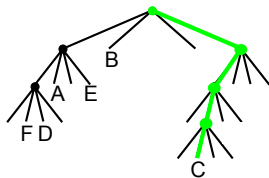
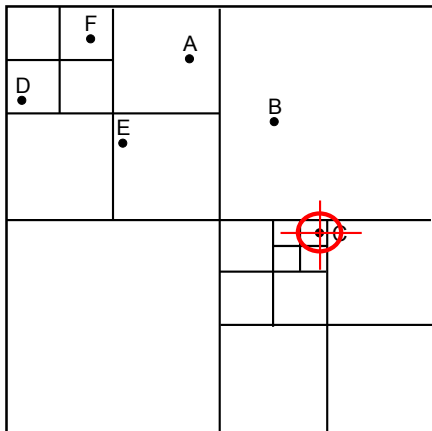
# Mazání v PR kvadrantového stromu



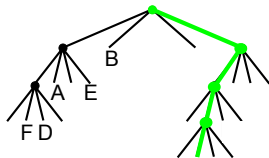
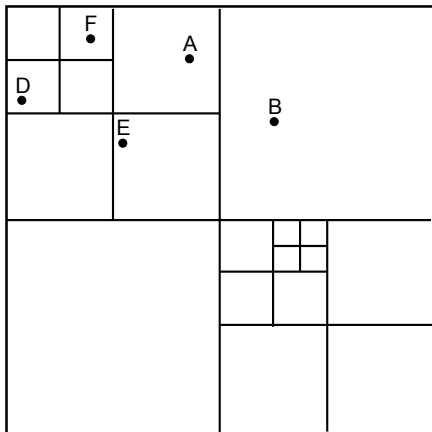
# Mazání v PR kvadrantového stromu



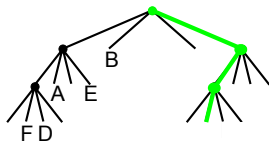
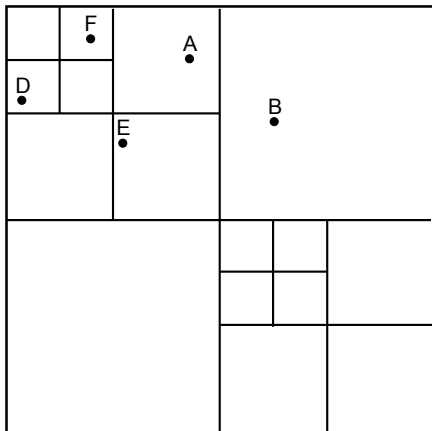
# Mazání v PR kvadrantového stromu



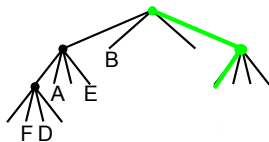
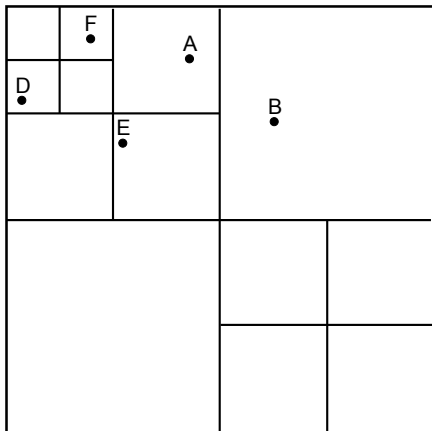
# Mazání v PR kvadrantového stromu



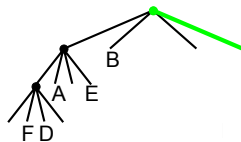
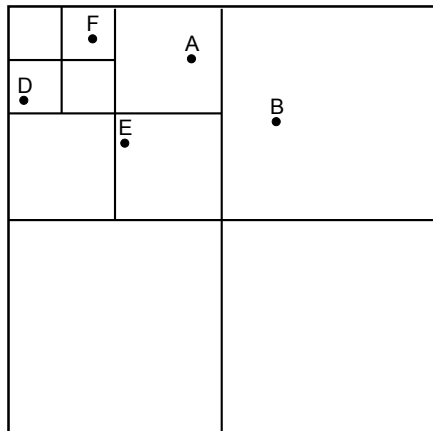
# Mazání v PR kvadrantového stromu



# Mazání v PR kvadrantového stromu

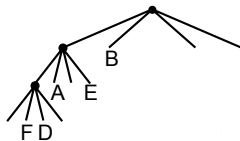
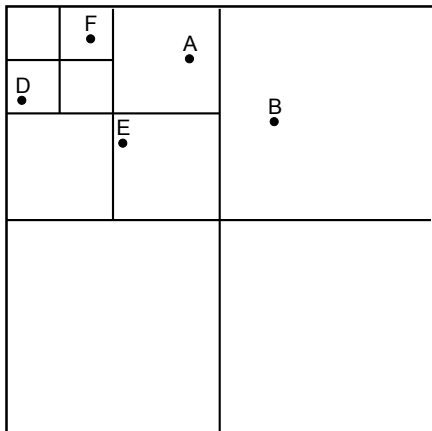


# Mazání v PR kvadrantového stromu





# Mazání v PR kvadrantového stromu



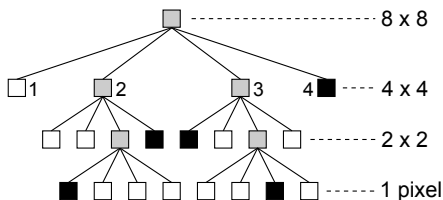
# Hodnocení PR kvadrantového stromu

- 1 Struktura PR kvadrantového stromu je nezávislá na pořadí vkládaných elementů.
- 2 V případě větších shluků elementu podstatně roste hloubka strom.
- 3 V případě nerovnoměrného rozložení elementů v prostoru je strom nevyvážený.
- 4 Operace mazání je velmi jednoduchá.

# R Kvadrantový strom (Region quadtree)

## R Kvadrantový strom (Region quadtree)

- Strom reprezentuje černobílý bitmapový obrázek o velikosti  $2^n \times 2^n$  pixelů.
- V listech stromu se uchovává hodnota B nebo W.
- Použití:
  - ▶ bezztrátová komprese,
  - ▶ hledání fraktálních artefaktů.



# P kvadrantový strom (Point quadtree)

## Definice (P kvadrantový strom)

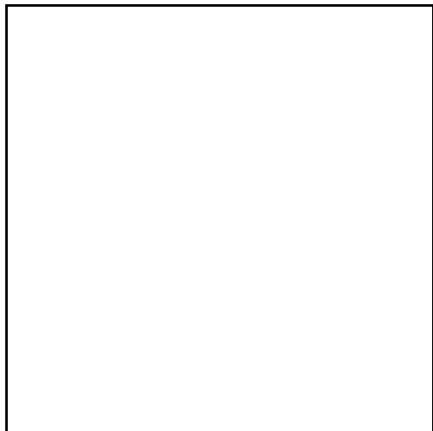
Je kvadrantový strom s těmito vlastnosti:

- 1 dekomponované oblasti mohou mít různou velikost, ale plně pokrývají oblast,
- 2 maximální kapacita pro obsažené elementy je obvykle 1,
- 3 uživatelská data jsou elementy a jsou uloženy ve všech uzlech,
- 4 souřadnice elementu ve vnitřním uzlu určuje bod rozdělení na čtyři oblasti

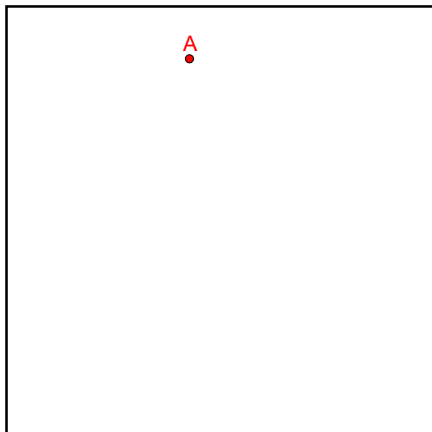
Použití:

- Obdobné jako u PR kvadrantových stromů.

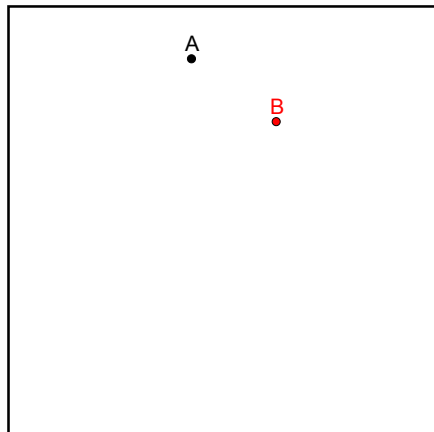
# Příklad P kvadrantového stromu



# Příklad P kvadrantového stromu

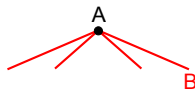
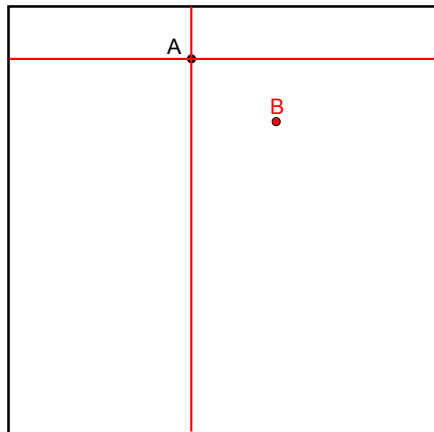


# Příklad P kvadrantového stromu



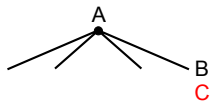
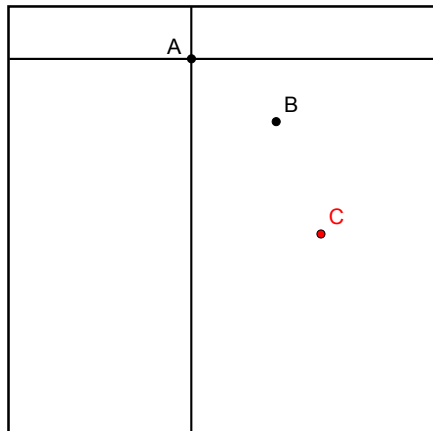
•  
A  
B

# Příklad P kvadrantového stromu

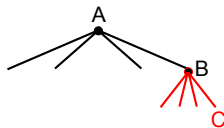
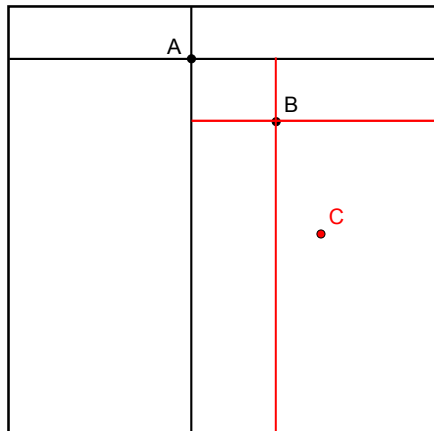




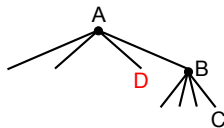
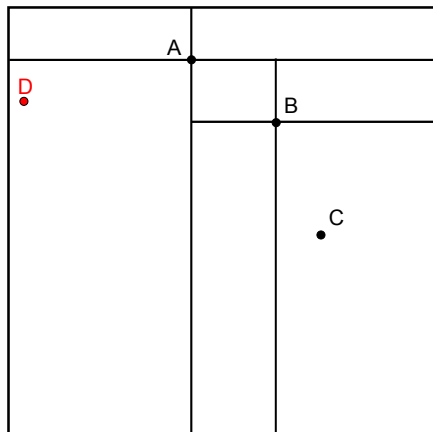
# Příklad P kvadrantového stromu



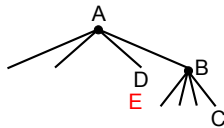
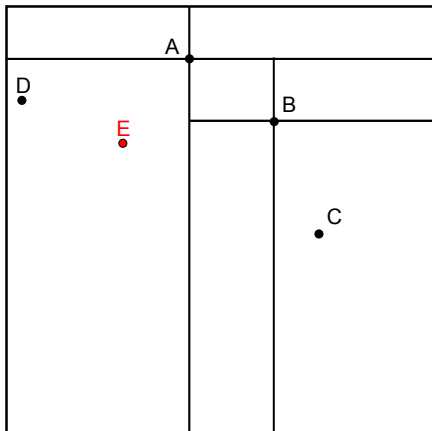
# Příklad P kvadrantového stromu



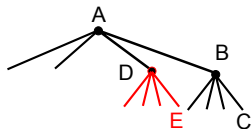
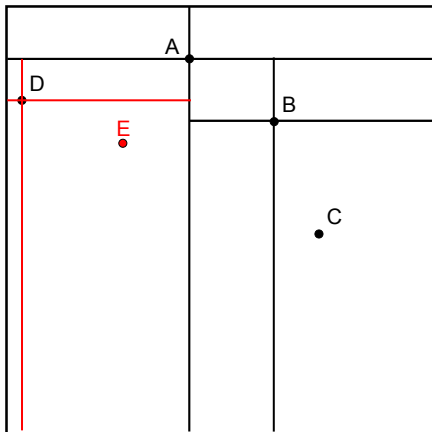
# Příklad P kvadrantového stromu



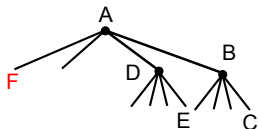
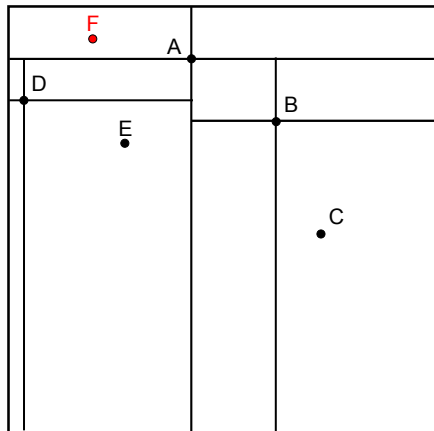
# Příklad P kvadrantového stromu



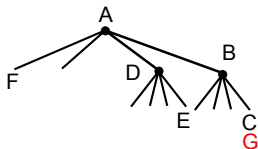
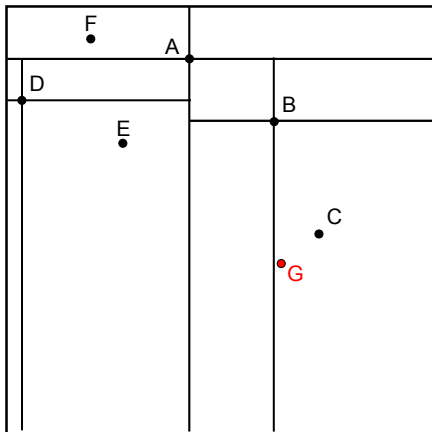
# Příklad P kvadrantového stromu



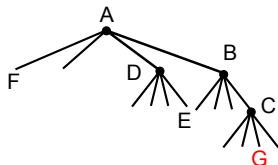
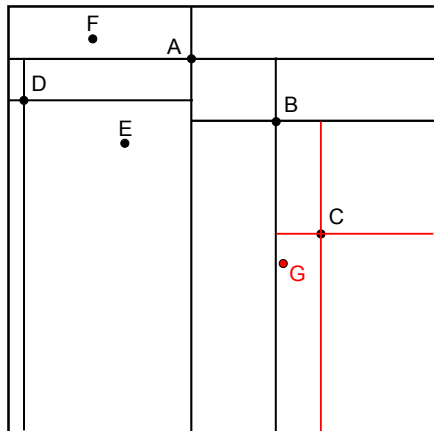
# Příklad P kvadrantového stromu



# Příklad P kvadrantového stromu

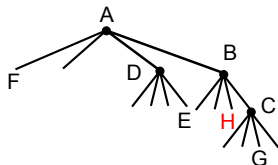
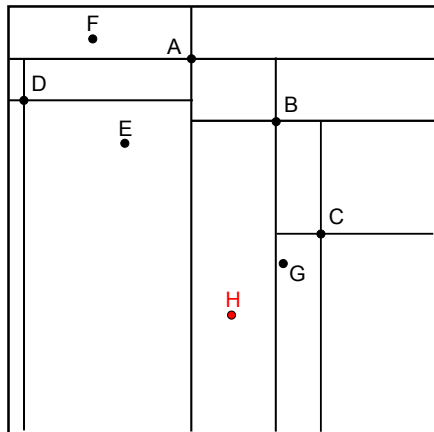


# Příklad P kvadrantového stromu

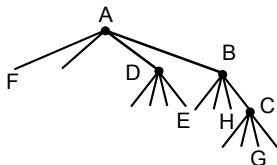
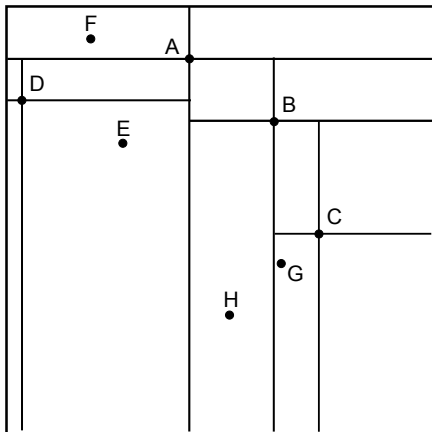




# Příklad P kvadrantového stromu



# Příklad P kvadrantového stromu



# Vložení elementu do P kvadrantového stromu

Postup pro vložení prvku, řekněme  $(coord, elem)$ , je velmi podobné pro vložení do BVS jen ve dvou rozměrech.

- 1 Nejprve se podle souřadnice nalezne list, do kterého nově vkládaný element patří
  - ▶ Klíči jsou zadané souřadnice (dvě pro 2D prostor), které porovnáváme se středem oblasti, kterou reprezentuje prohledávaný uzel a vybíráme příslušný kvadrant, do kterého souřadnice patří.
- 2 Pokud je list prázdný (neobsahuje žádný element), pak je element  $elem$  vložen do listu.
- 3 Pokud je list plný, provede se dekompozice uzlu dle obsaženého uzlu
  - ▶ Vytvoří se čtyři potomci dekomponovaného uzlu (Středem dekompozice je souřadnice elementu obsaženého v uzlu).
  - ▶ Rekursivně se provede operaci vkládání pro dekomponovaný uzel.

# Vložení elementu do P kvadrantového stromu

## Optimalizované vkládání

- 1 Souřadnice vkládaných elementů jsou seřazeny podle souřadnice  $x$ .
- 2 Je vybrán element, jehož  $x$ -ová souřadnice je mediánem a element je vložen do kořene.
- 3 Dle vybrané souřadnice jsou elementy rozděleny do čtyř skupin.
- 4 Pro každou skupinu se rekursivně opakuje tato operace.

# Hledání elementu v P kvadrantovém stromu

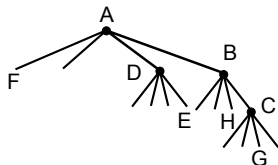
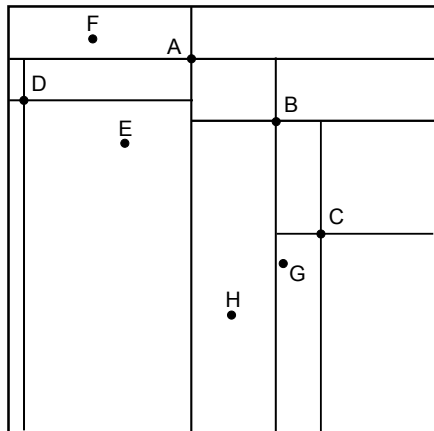
Algoritmus vyhledání oblasti obsahující hledaný element s 2D souřadnicí *coord* v kvadrantovém stromu s kořenem *r*:

- Otestuje se, zda je kořen *r* listem:
  - ▶ Pokud ano, otestuje se, zda je kořen plný (obsahuje odkaz na uložený element):
    - ★ Pokud ano, provede se operace nad hledaným elementem a zadanou souřadnicí *coord* (např. detekce kolize souřadnice s uloženým elementem).
    - ★ Pokud ne, je hledání ukončeno jako neúspěšné.
  - ▶ Pokud ne, provede se operace porovnání zadané souřadnice se souřadnicí obsaženého elementu.
    - ★ Pokud je shoda souřadnic, element je nalezen.
    - ★ Pokud ne, provede se rekursivně totéž pro odpovídající podstrom (dle hledané souřadnice *coord*) reprezentující jeden z kvadrantů.

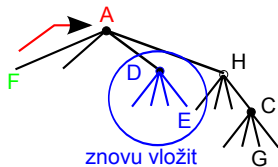
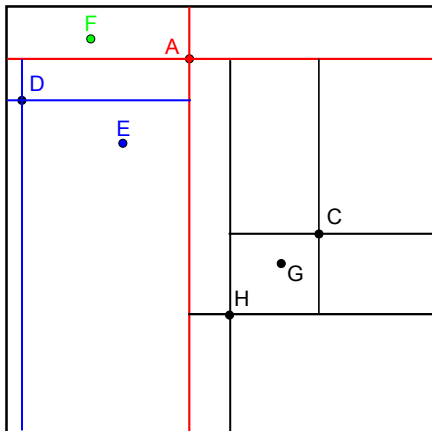
# Mazání elementu z P kvadrantového stromu

- 1 Nalezne se uzel, který obsahuje hledaný element.
- 2 Otestuje se, zda je uzel listem:
  - ▶ Pokud ano, odstraní se element a pokud jsou sourozence listy a jsou prázdné, provede se sloučení uzlu (jako u PR).
  - ▶ Pokud ne, je element nahrazen elementem ze syna, jehož podstrom má nejmenší hloubku. A rekurzivně se provede mazání elementu v synovi, jehož element byl použit pro náhradu.

# Mazání v P kvadrantového stromu

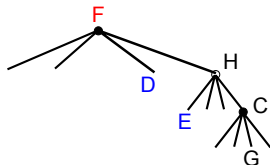
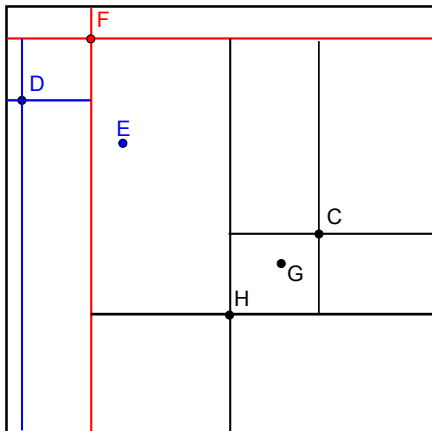


# Mazání v P kvadrantového stromu

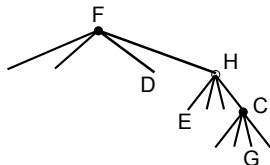
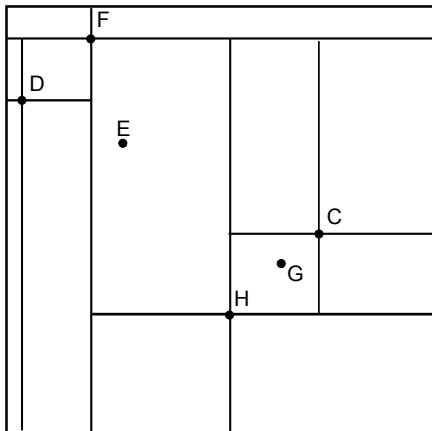




# Mazání v P kvadrantového stromu



# Mazání v P kvadrantového stromu

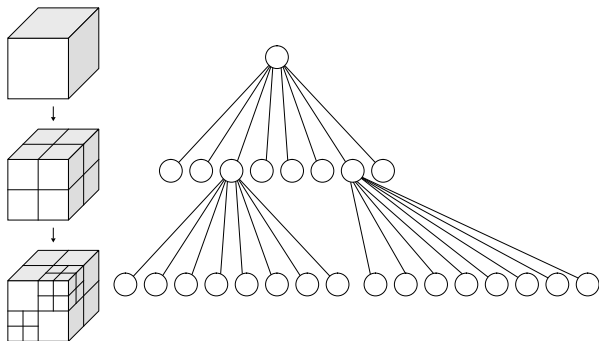


# Hodnocení P kvadrantového stromu

- 1 Struktura PR kvadrantového stromu je závislá na pořadí vkládaných elementů.
- 2 Strom lze konstruovat vyvážený (operace mají  $\log_4 N$  složitost).
- 3 Počet uzlů stromu je blízký počtu vložených elementů

# Oktalový strom

- Obdoba kvadrantového stromu v třírozměrném prostoru.
- Počet potomků vnitřního uzlu je právě 8.
- Používá se pro hierarchickou reprezentaci 3D scén.



# K-D strom

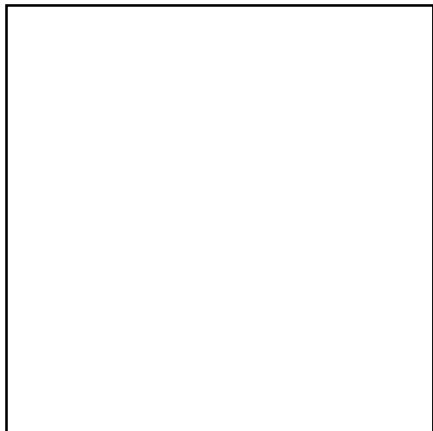
- Autor J.L. Bentley,

## Definice (K-D strom)

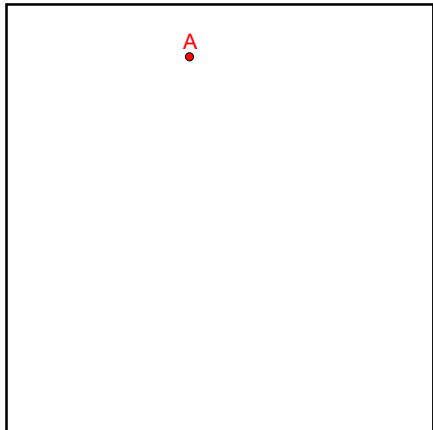
K-D strom je BVS provádějící dělení střídavě podle x-ové a y-ové souřadnice

- 1 každý vnitřní uzel reprezentuje jednu dekompozici 2D prostoru na dvě navzájem disjunktní oblasti,
- 2 existuje několik variant K-D Stromu:
  - ▶ dekomponované oblasti jsou vždy stejně veliké (PR K-D strom),
  - ▶ listy jsou vždy prázdné,
  - ▶ dekompozice je prováděna dle jedné souřadnice vloženého elementu (tuto variantu budeme prezentovat)
- 3 každý jeho vnitřní uzel má právě 2 potomky,
- 4 každý uzel obsahuje navíc d-rozměrný klíč, podle kterého je prováděna dekompozice,

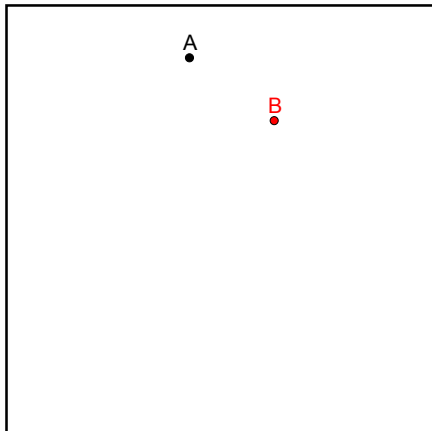
# Příklad 2D K-D stromu



# Příklad 2D K-D stromu



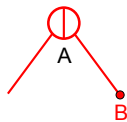
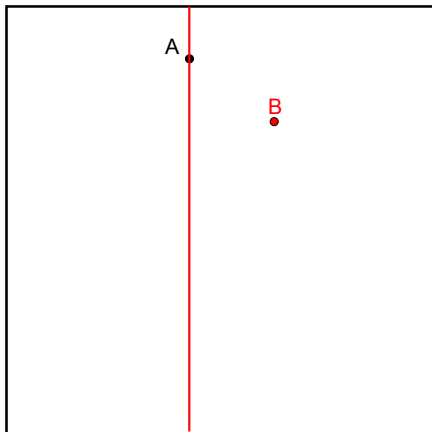
# Příklad 2D K-D stromu



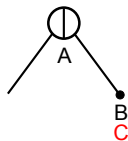
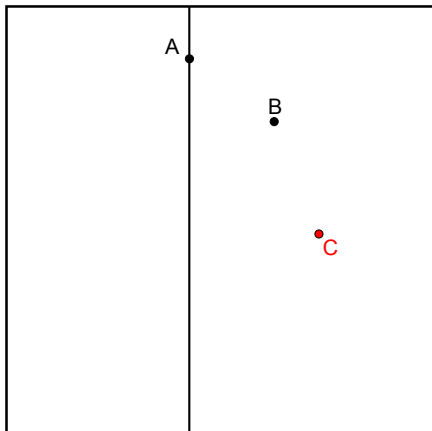
•  
A  
B



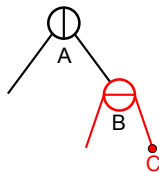
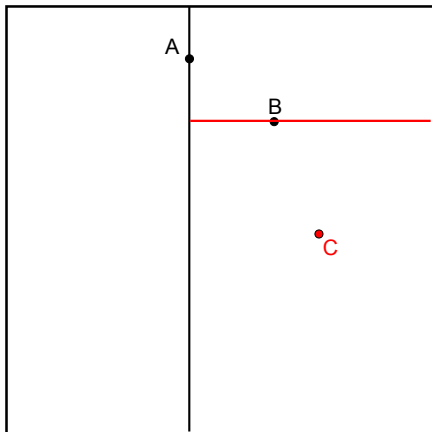
# Příklad 2D K-D stromu



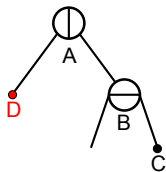
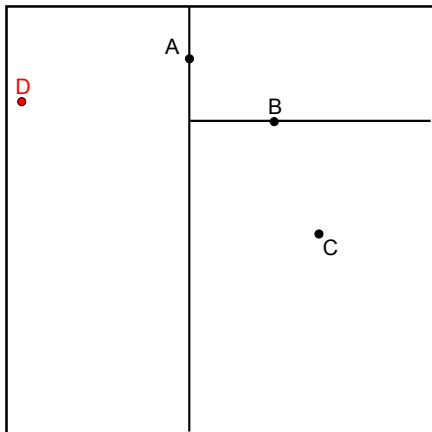
# Příklad 2D K-D stromu



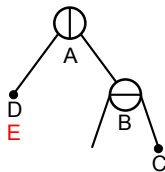
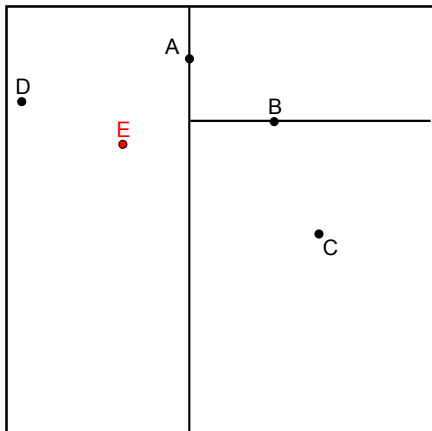
# Příklad 2D K-D stromu



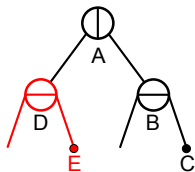
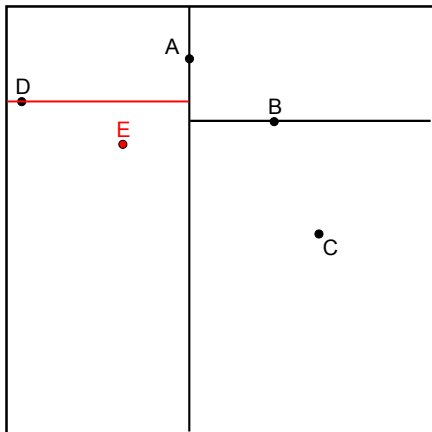
# Příklad 2D K-D stromu



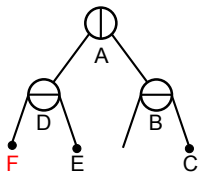
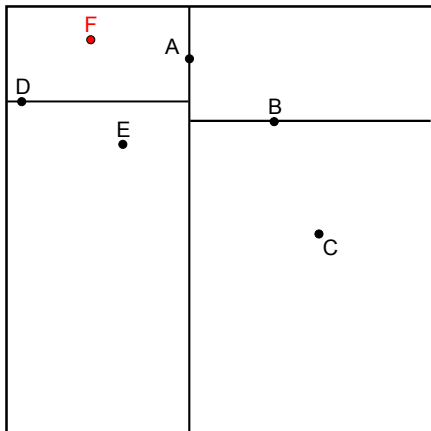
# Příklad 2D K-D stromu



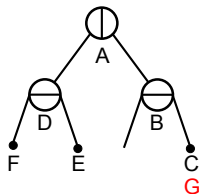
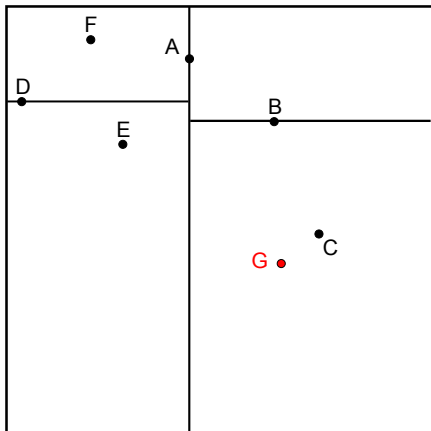
# Příklad 2D K-D stromu



# Příklad 2D K-D stromu

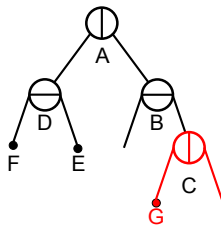
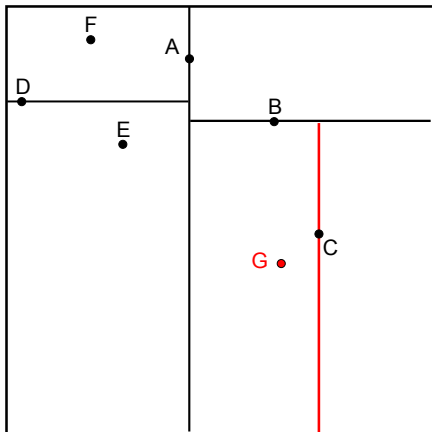


# Příklad 2D K-D stromu

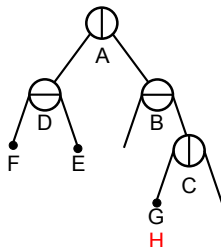
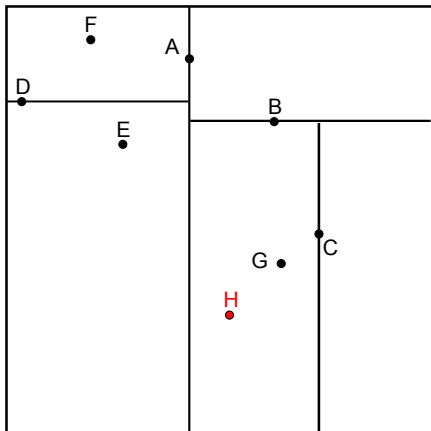




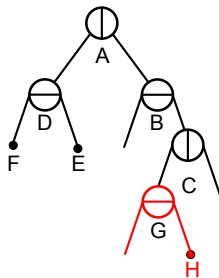
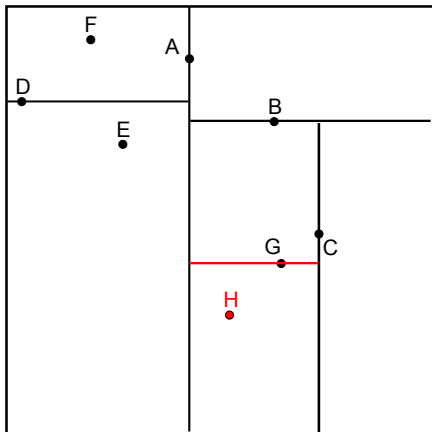
# Příklad 2D K-D stromu



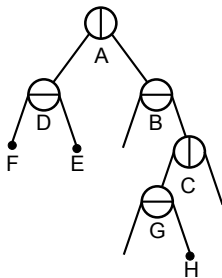
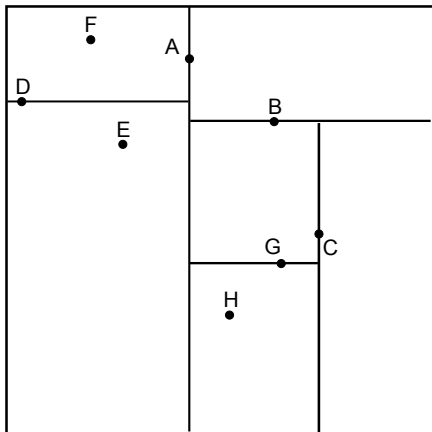
# Příklad 2D K-D stromu



# Příklad 2D K-D stromu



# Příklad 2D K-D stromu



# Vložení elementů do K-D stromu

- Postup pro vložení elementu, je podobné jako vložení do BVS. Rozdílem je, že pro porovnávání cyklicky používáme jednotlivé dimenze prvků.
- Takový postup může způsobit, že K-D strom bude nevyvážený.
- Pro vyvažování nelze použít rotace, protože strom je uspořádán podle více dimensí.
- Vyvažování je poměrně obtížná záležitost, kterou řeší K-D-B stromy, hB stromy a Bkd stromy.

# Vložení elementu do K-D stromu

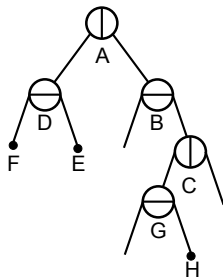
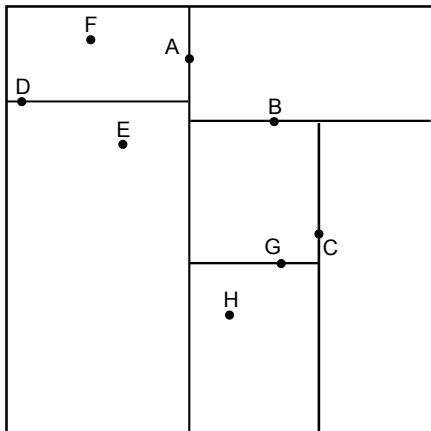
Postup pro vložení prvku, řekněme  $(coord, elem)$ , je velmi podobné pro vložení do BVS.

- 1 Nejprve se podle souřadnice nalezne list, do kterého nově vkládaný element patří
  - ▶ Klíčem je  $k$ -tá souřadnice ( $k = \text{hloubka} \bmod \text{dimense}$ ), která reprezentuje rozdělení oblasti podle  $k$ -té dimense na dvě disjunktní podoblasti.
- 2 Provede se dekompozice uzlu:
  - ▶ Vytvoří se dva potomci dekomponovaného uzlu a nastaví se jeho klíč tak, aby původní a vkládaný element byly v různých oblastech.
  - ▶ Element původně uložený v dekomponovaném uzlu se přesune do odpovídajícího syna (dle souřadnice uloženého elementu) a nově vkládaný do druhého.

# Mazání bodu z K-D stromu

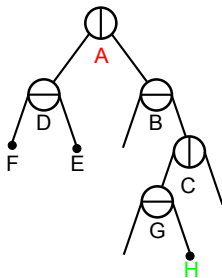
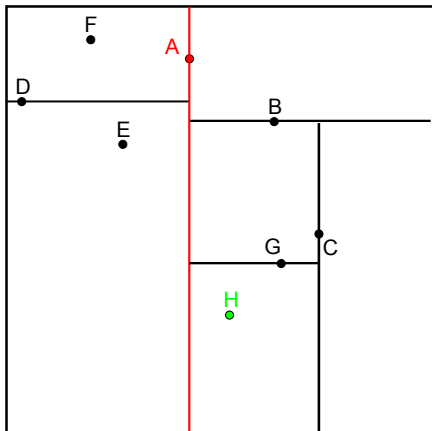
- 1 Nalezne se uzel, který obsahuje hledaný bod.
- 2 Pokud existuje:
  - 1 Vymaže se.
  - 2 Pokud je uzel listem a jeho sourozenec neobsahuje bod, stane se jeho otec listem.
  - 3 Pokud není uzel listem, musí být vymazaný bod nahrazen jiným.
    - 1 Pokud uzel dělil scénu podle x-ové souřadnice, najdeme uzel R obsahující bod s maximální x-ovou souřadnicí v levém podstromu nebo s minimální x-ovou souřadnicí v pravém podstromu, nalezený bod použijeme jako náhradu a stejný postup uplatníme na uzel R.
    - 2 Pokud uzel dělil scénu podle y-ové souřadnice, najdeme uzel R obsahující bod s maximální y-ovou souřadnicí v levém podstromu nebo s minimální y-ovou souřadnicí v pravém podstromu, nalezený bod použijeme jako náhradu a stejný postup uplatníme na uzel R.

# Příklad mazání z 2D K-D stromu

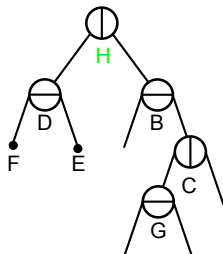
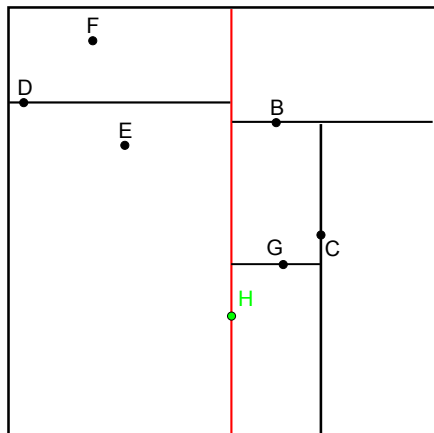




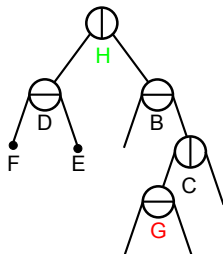
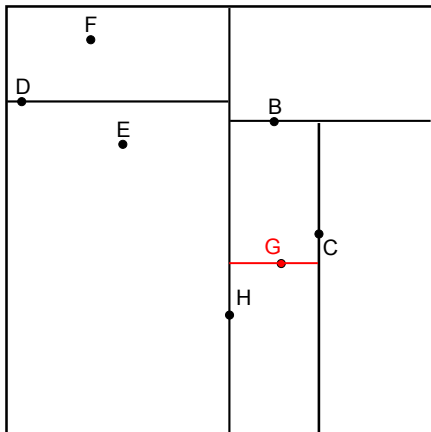
# Příklad mazání z 2D K-D stromu



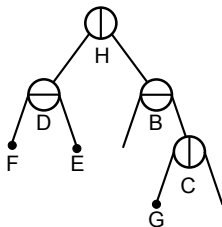
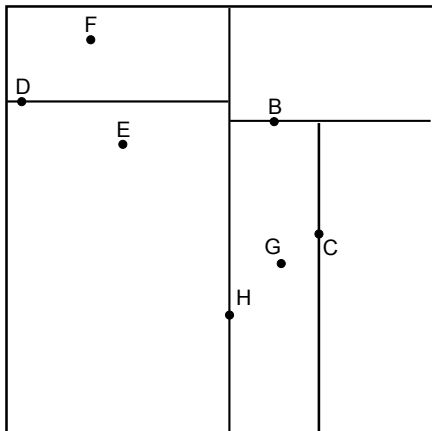
# Příklad mazání z 2D K-D stromu



# Příklad mazání z 2D K-D stromu



# Příklad mazání z 2D K-D stromu



# Hledání konvexní obálky

## Definice

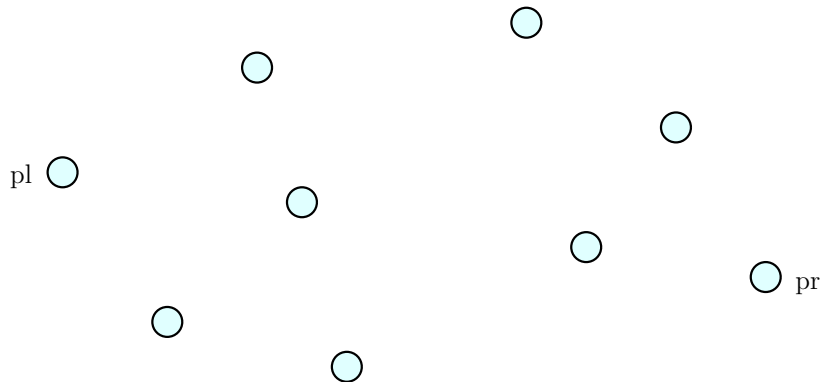
Nechť  $V$  je množina bodů nebo jiných objektů v rovině. Konvexní obal (convex hull) je nejmenší konvexní objekt, který obsahuje všechny body nebo objekty  $V$ .

- Vstupem je množina bodů.
- Výstupem je uspořádaný seznam (ve směru hodinových ručiček) bodů, reprezentující konvexní obálku.

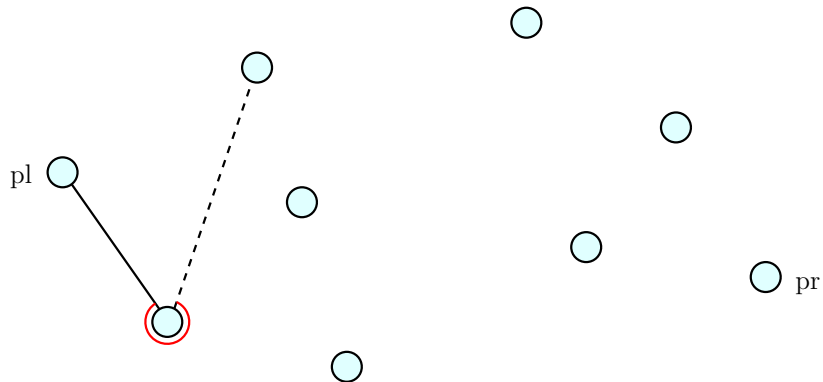
# Inkrementální Grahamův algoritmus hledání konvexní obálky

- 1 Seřadíme množinu bodů dle  $x$ -ové souřadnice.
- 2 Nejprve nalezneme horní část konvexní obálky a to tak, že postupně vkládáme do výstupního pole body ze vstupní množiny.
- 3 Testujeme, zda poslední tři body tvoří konvexní úhel. Pokud poslední tři body netvoří konvexní úhel, je z výstupní množiny odstraněn předposlední bod a test opakujeme
- 4 Obdobným způsobem nalezneme dolní část konvexní obálky.

# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky

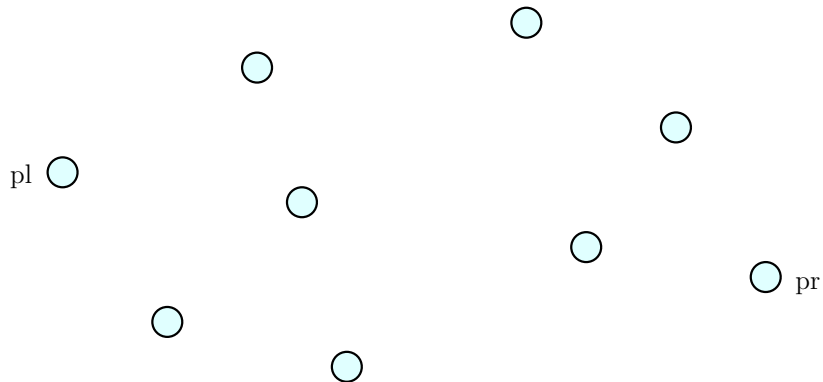


# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky

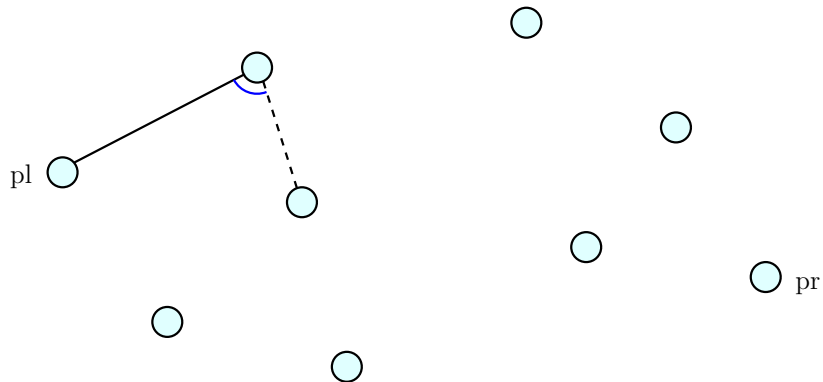




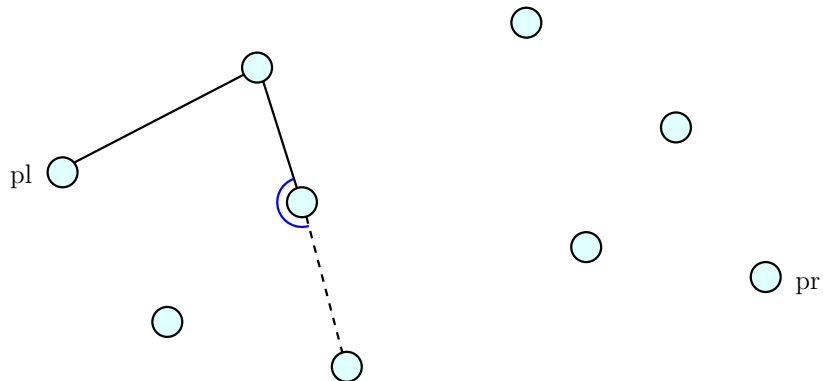
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



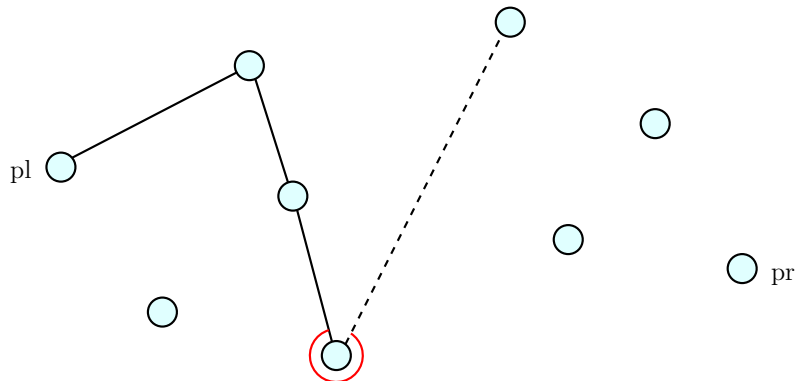
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



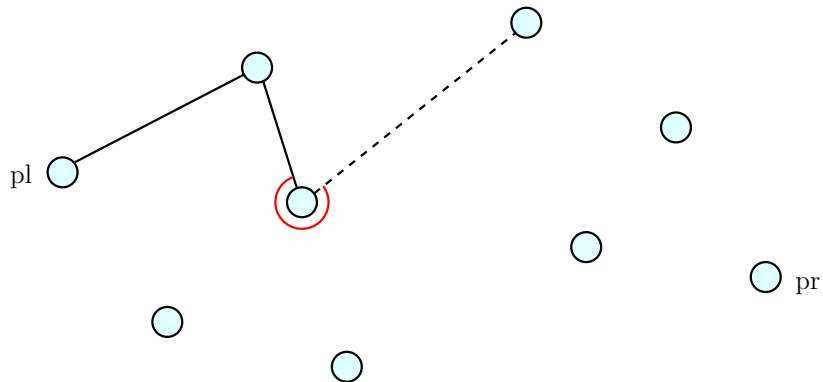
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



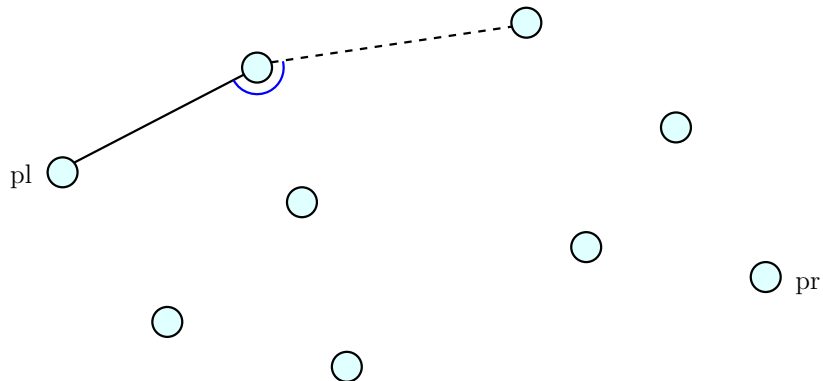
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



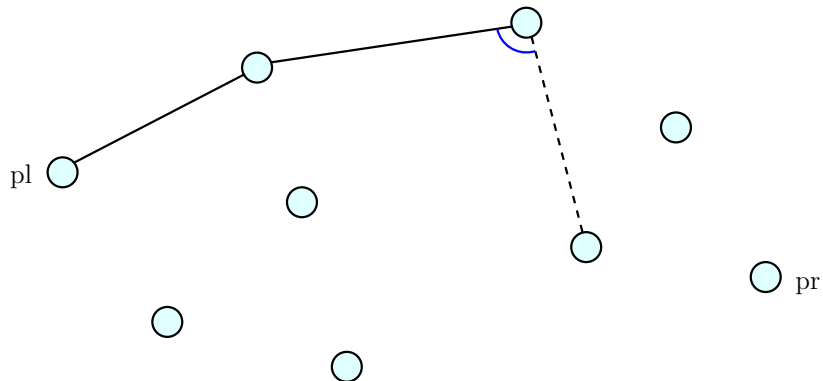
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



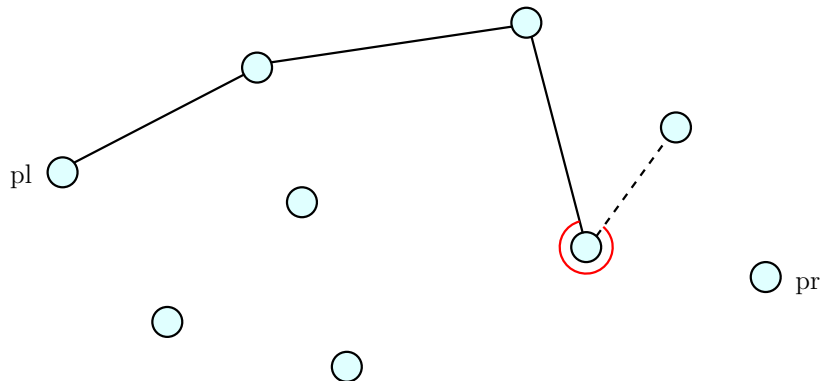
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky

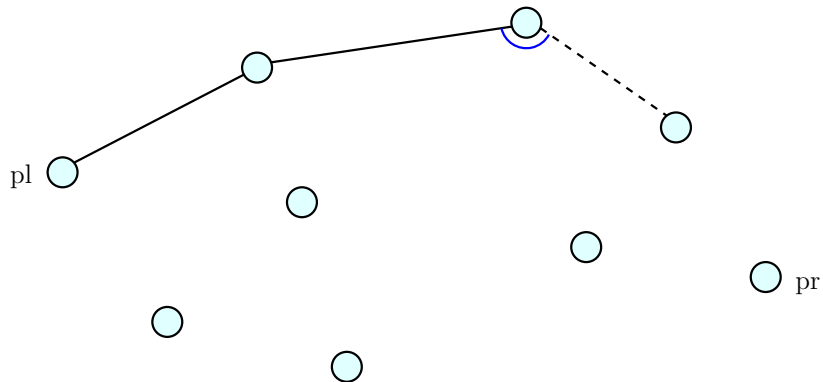


# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky

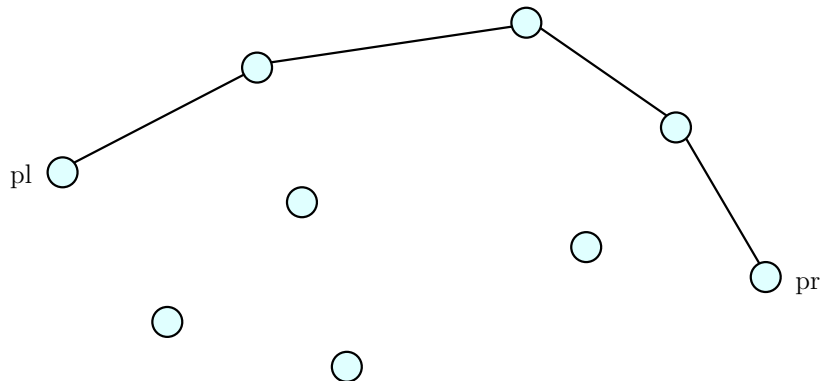




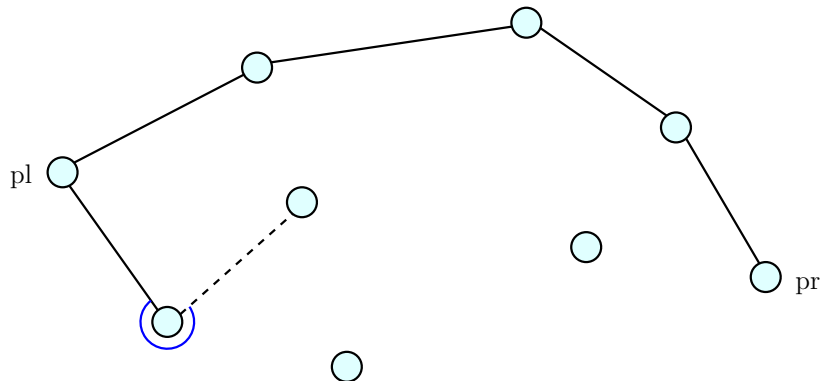
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



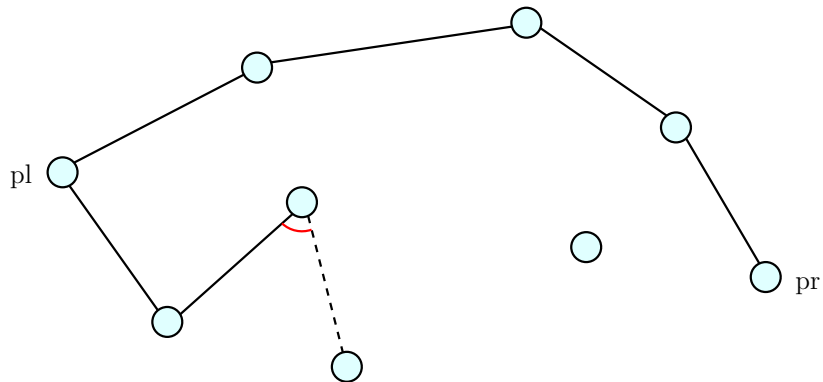
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



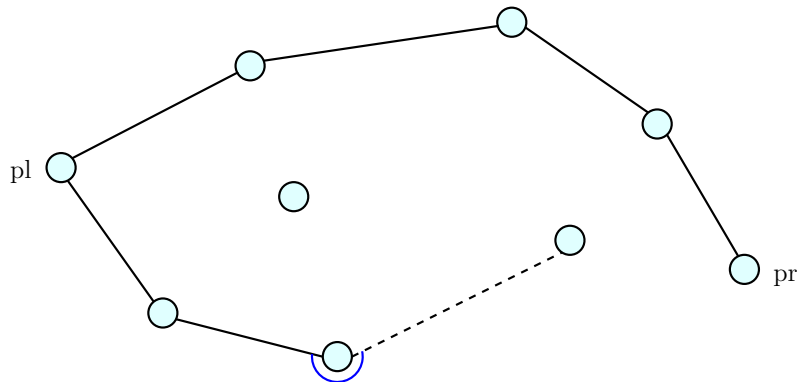
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



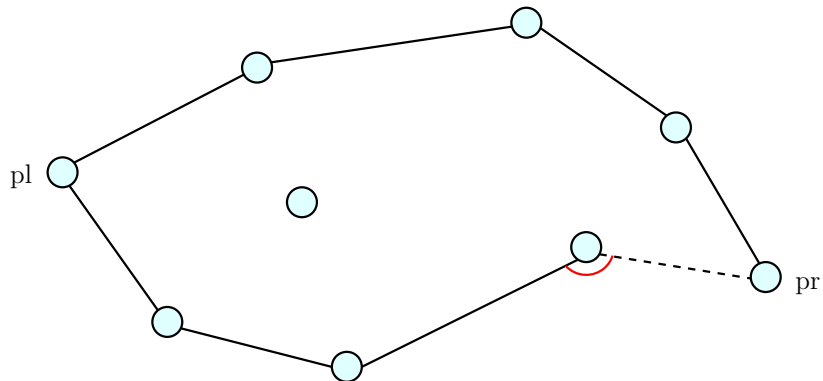
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



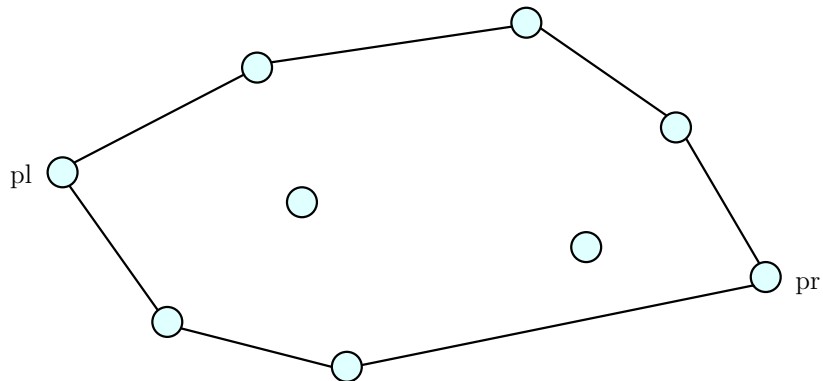
# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



# Grahamův algoritmus konstrukce konvexní obálky



# Hledání konvexní obálky algoritmem Rozděl a Panuj

- 1 Body množiny se rozdělí na dvě stejně velké podmnožiny  $A$  a  $B$  tak, že všechny body množiny  $B$  mají větší  $x$ -ovou souřadnici, než bod z největší  $x$ -ovou souřadnicí z množiny  $A$ .
- 2 Rekurzivně je nalezena konvexní obálka obou množin  $A$  a  $B$ .
- 3 Konvexní obálky obálku nad oběma množinami  $A$  a  $B$  spojíme nalezením horní a dolní tečny a odstraněním všech uzlů, které jsou mezi těmito tečnami.



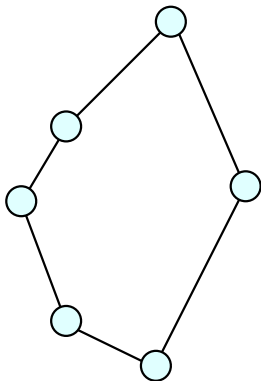
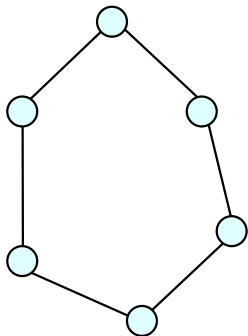
# Hledání konvexní obálky algoritmem Rozděl a Panuj II

Nalezení horní tečny mezi konvexními obálkami:

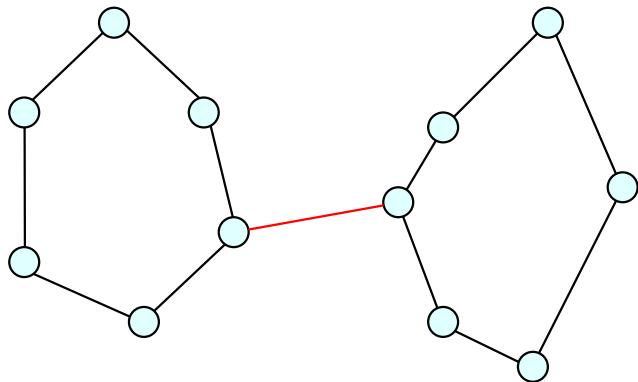
- 1 Bod  $a$  je bod s největší  $x$ -ovou souřadnicí z konvexní obálky nad množinou  $A$ .
- 2 Bod  $b$  je bod s nejmenší  $x$ -ovou souřadnicí z konvexní obálky nad množinou  $B$ .
- 3 Dokud není  $ab$  horní tečnou prováděj
  - ▶ procházej seznam bodů reprezentující konvexní obálku z bodu  $a$  proti směru hodinových ručiček, dokud není  $ab$  horní tečnou konvexní obálky množiny  $A$ .
  - ▶ procházej seznam bodů reprezentující konvexní obálku z bodu  $b$  po směru hodinových ručiček, dokud není  $ab$  horní tečnou konvexní obálky množiny  $B$ .

Nalezení dolní tečny je obdobné.

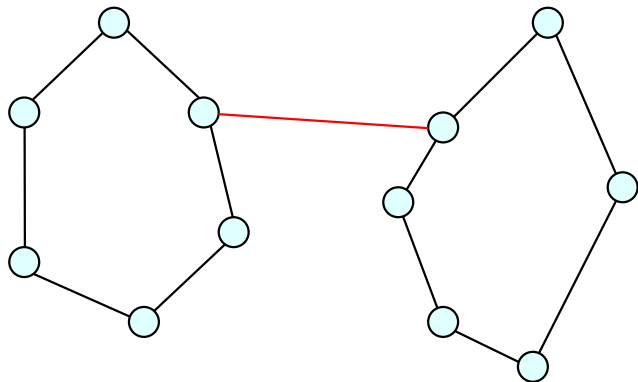
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



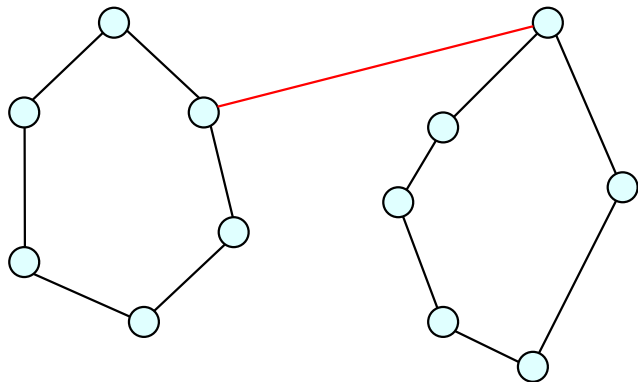
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



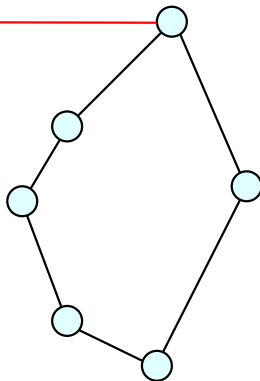
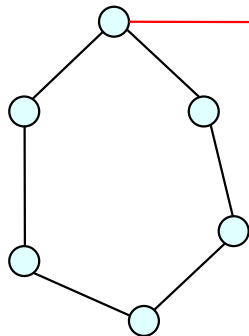
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj priklad



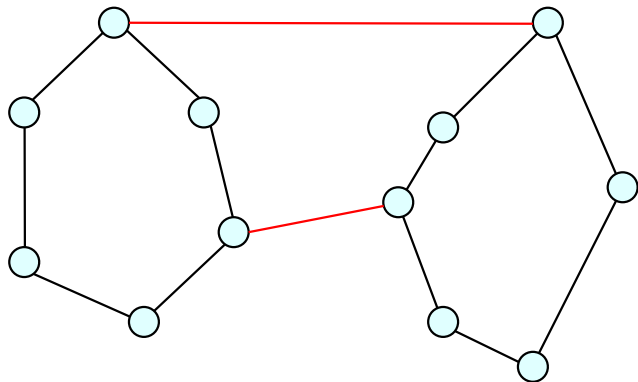
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



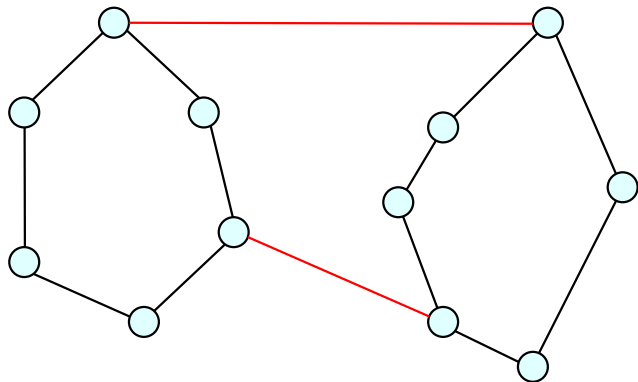
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad

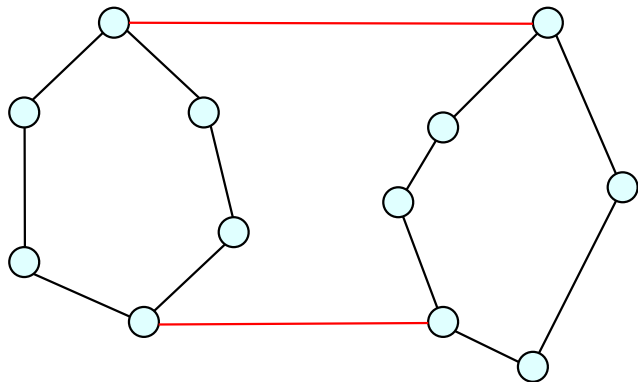


# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad

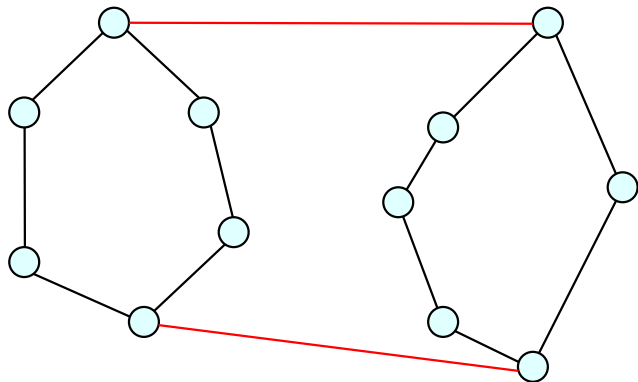




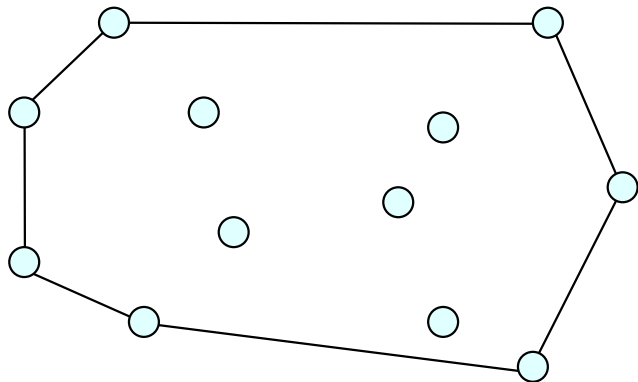
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj príklad



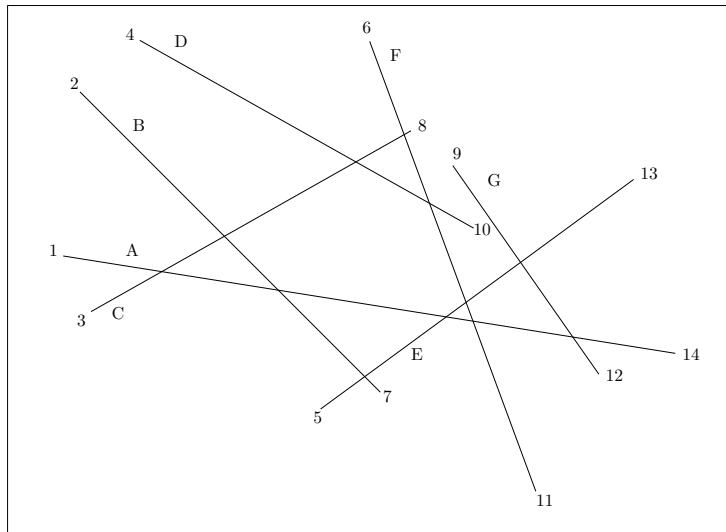
# Hledání konvexní obálky Rozdel a Panuj priklad



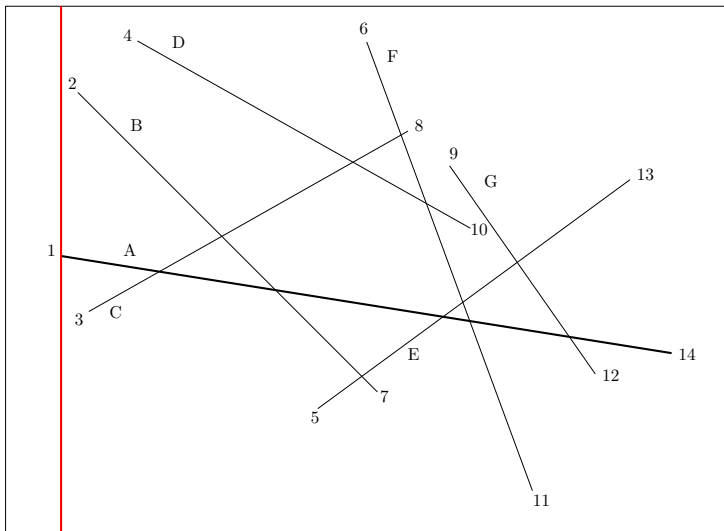
# Zametací hyperrovina

- 1 Vytvoření  $X$ -struktury - počáteční a koncové body úseček seřazené podle  $x$ .
- 2 Vytvoření  $Y$ -struktury - seznam úseček v řezu zametací roviny seřazené podle  $y$  (na začátku je prázdná)
- 3 Dokud není  $x$ -struktura prázdná prováděj:
  - ▶ Jdi na první bod  $x$ -struktury, pokud je počáteční, přidej přímku do  $Y$ -struktury, pokud koncový odeber ji. Pokud průsečík přímky prohod'
  - ▶ Prozkoumej nově vzniklé sousedy v  $y$ -strukturu a urči potenciální průsečíky na pravo od zametací přímky
  - ▶ odeber zpracovaný bod z  $x$ -struktury

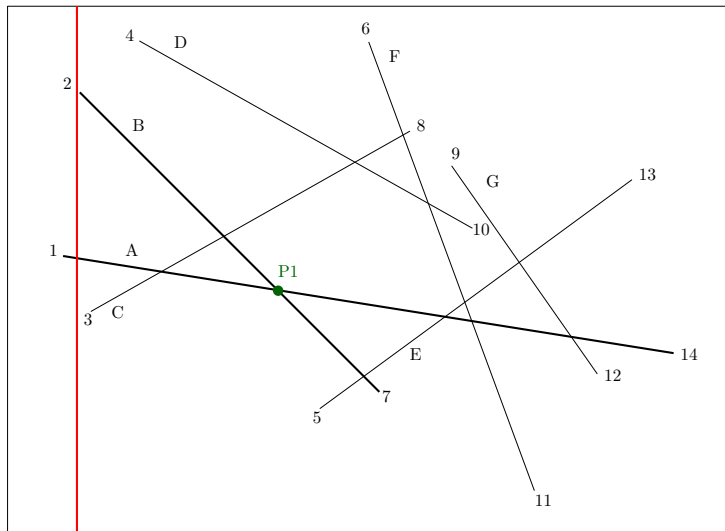
# Zametačí hyperrovina



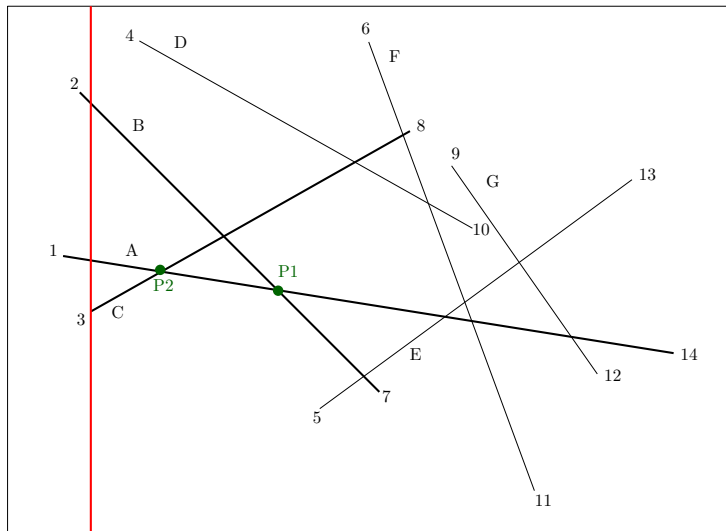
# Zametačí hyperrovina



# Zametačí hyperrovina

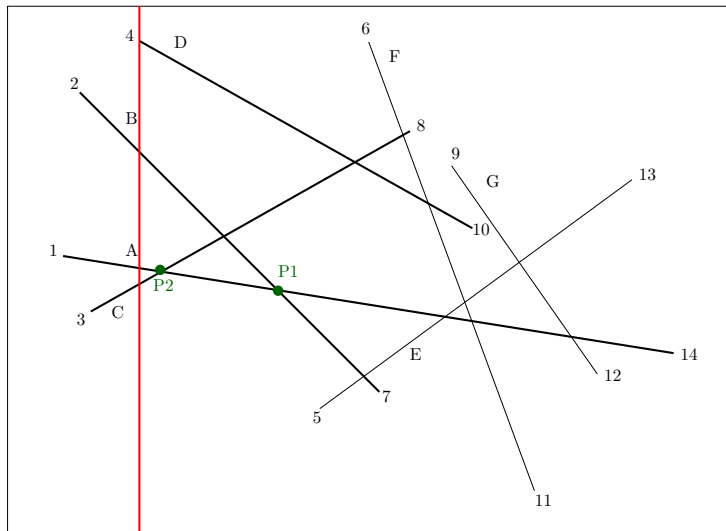


# Zametací hyperrovina

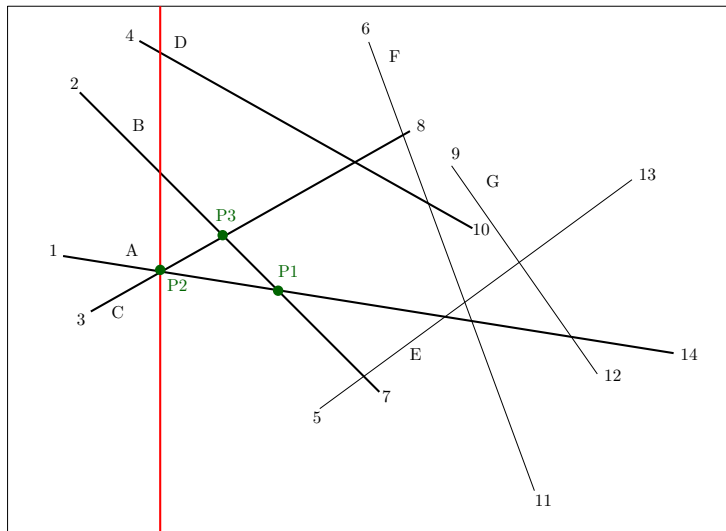




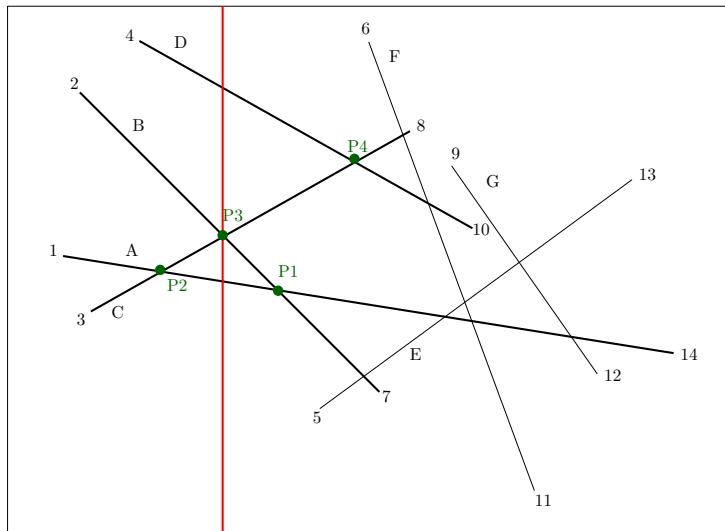
# Zametačí hyperrovina



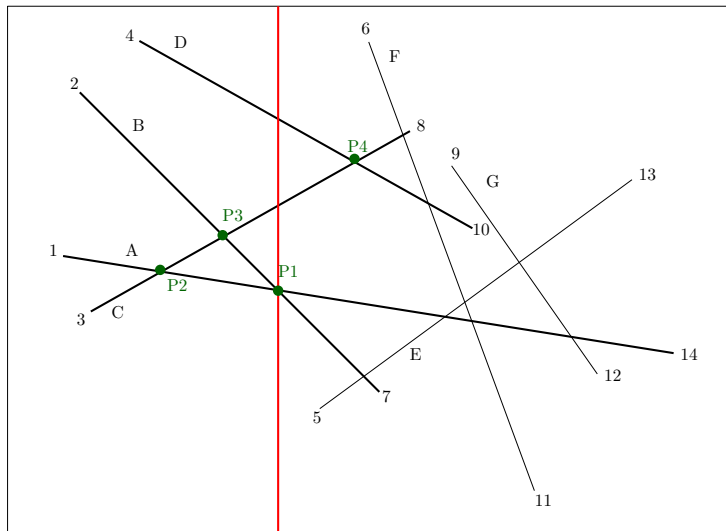
# Zametačí hyperrovina



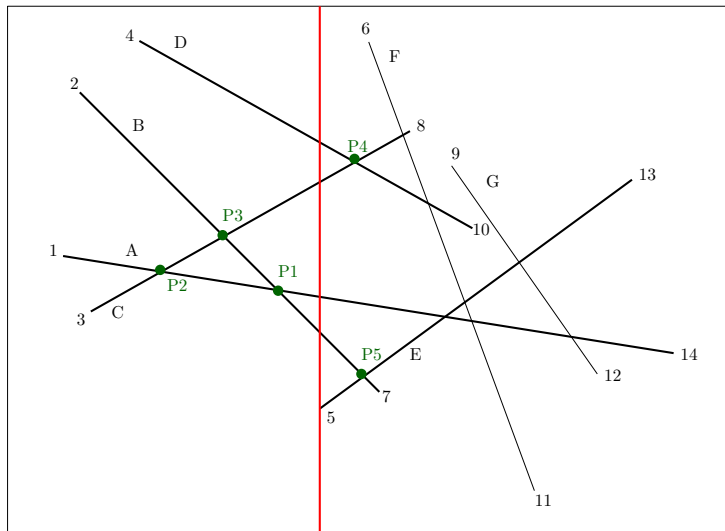
# Zametací hyperrovina



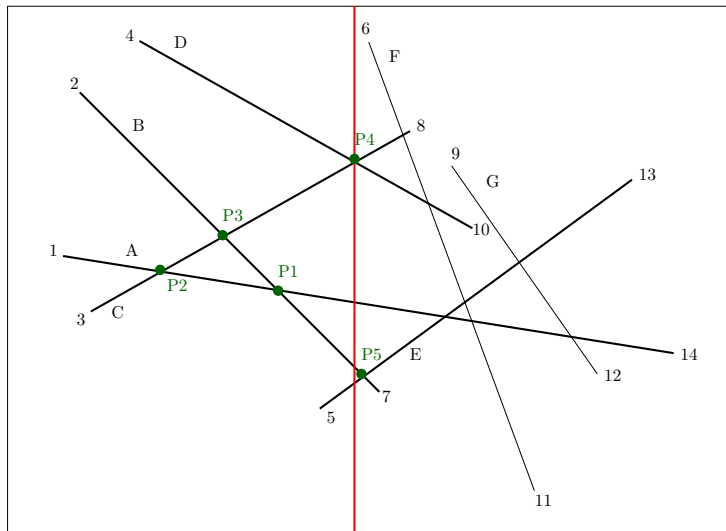
# Zametací hyperrovina



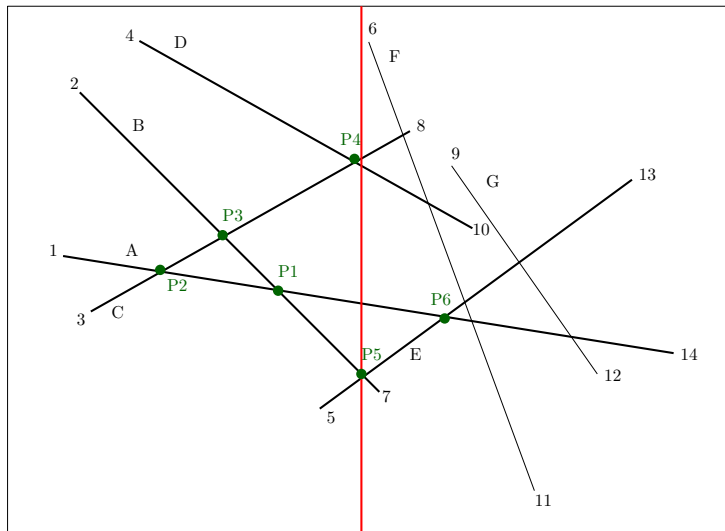
# Zametací hyperrovina



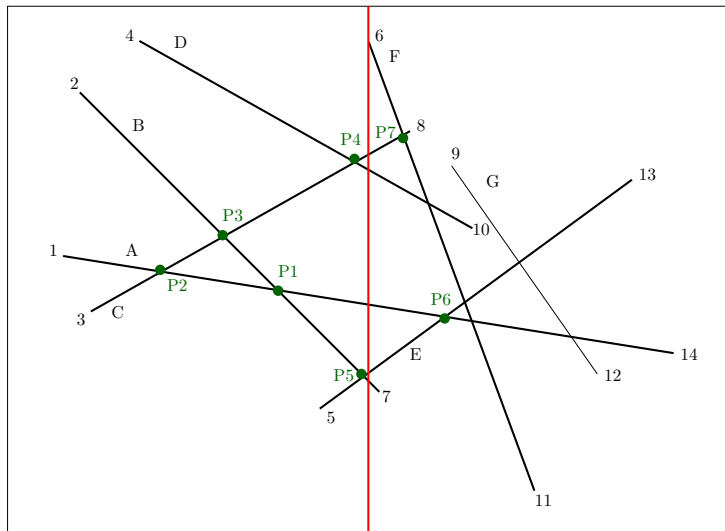
# Zametací hyperrovina



# Zametací hyperrovina

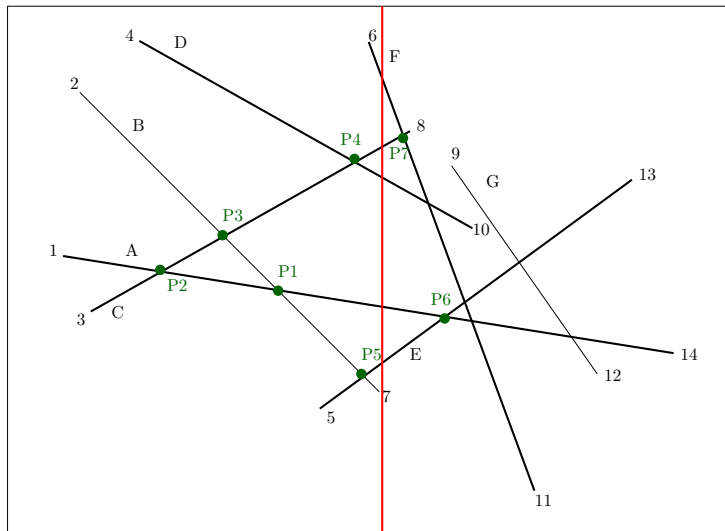


# Zametací hyperrovina

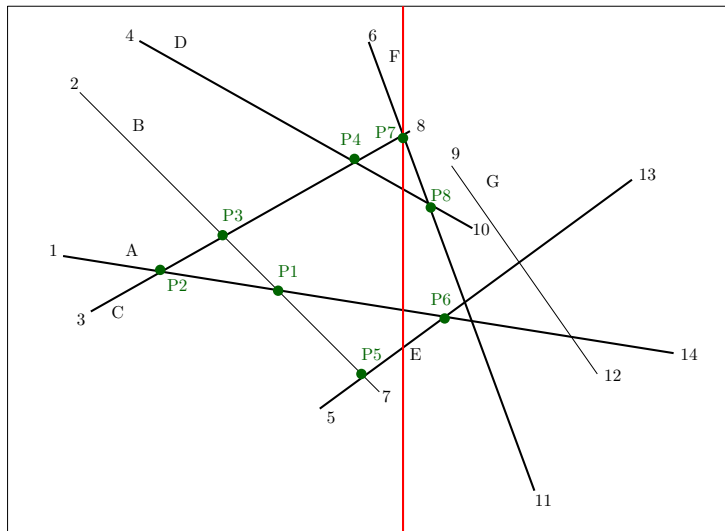




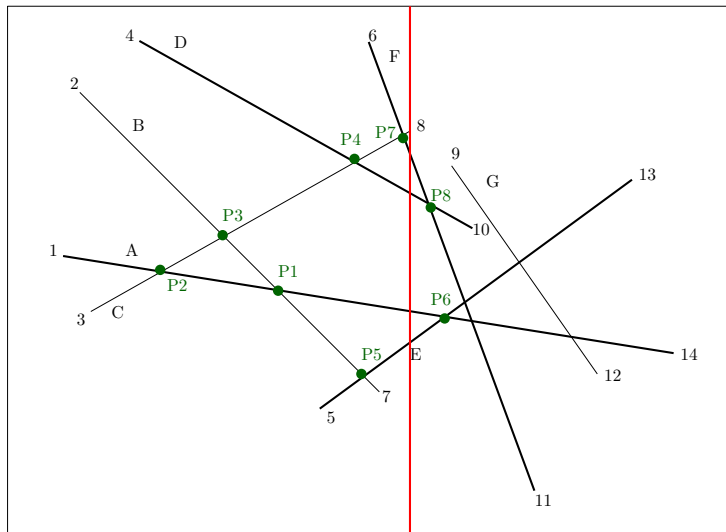
# Zametací hyperrovina



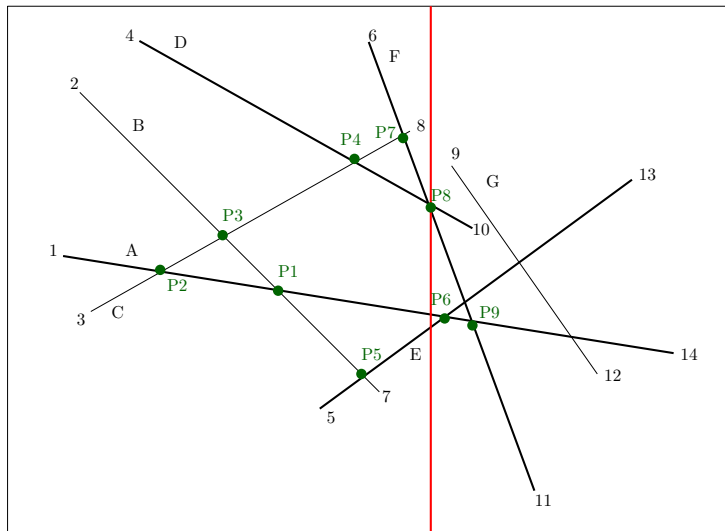
# Zametací hyperrovina



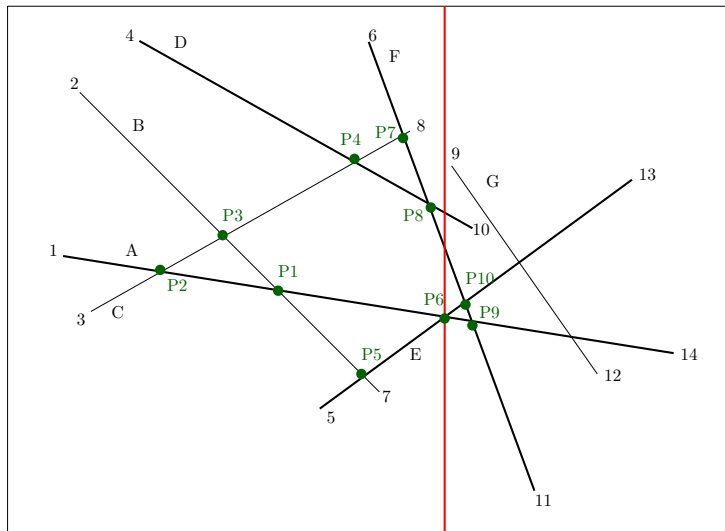
# Zametací hyperrovina



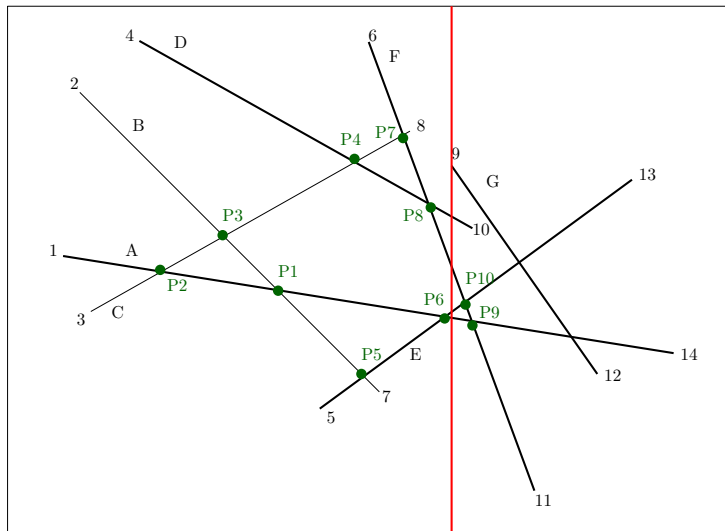
# Zametací hyperrovina



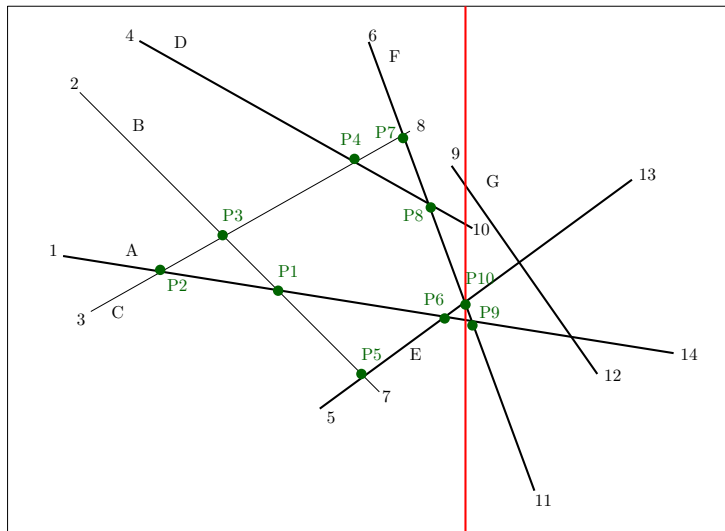
# Zametací hyperrovina



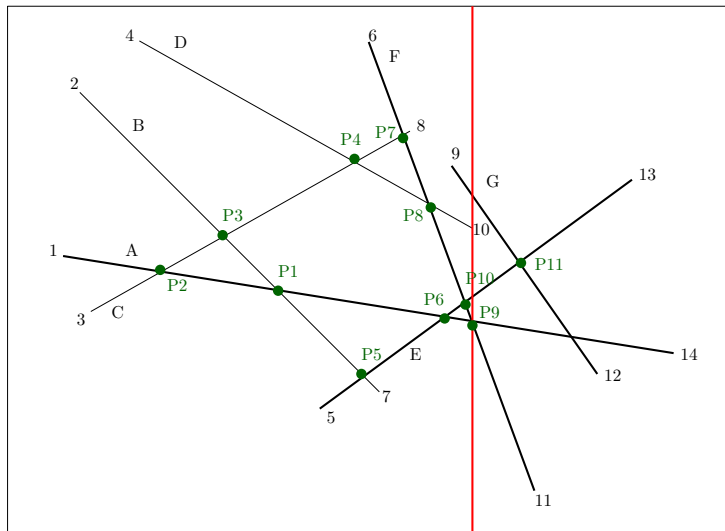
# Zametačí hyperrovina



# Zametací hyperrovina

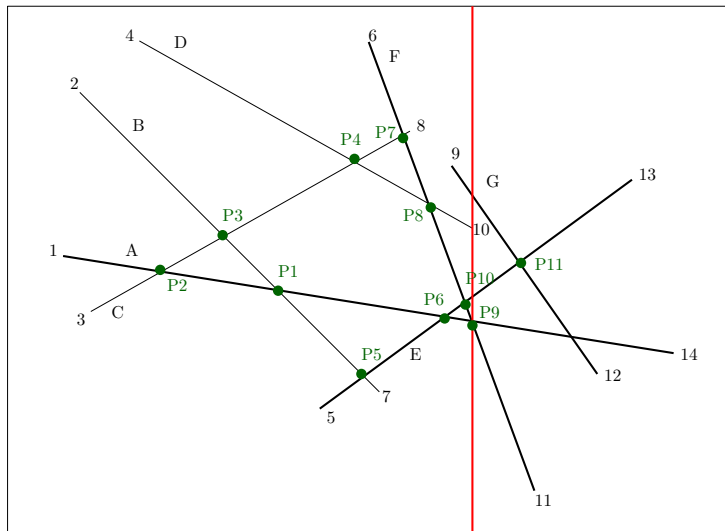


# Zametací hyperrovina

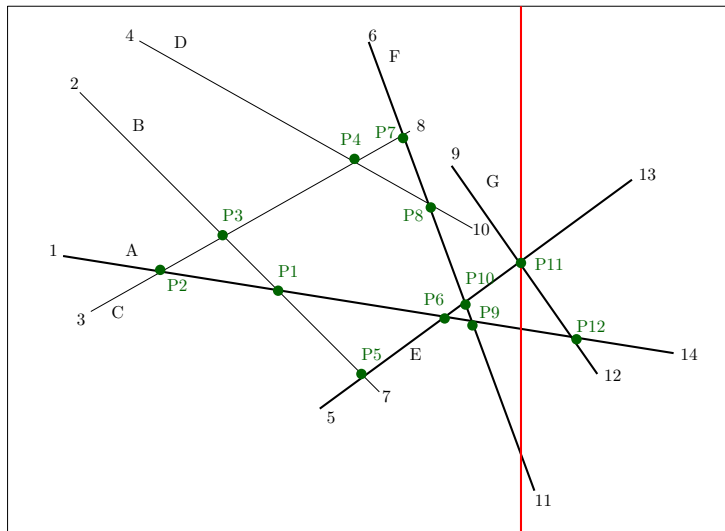




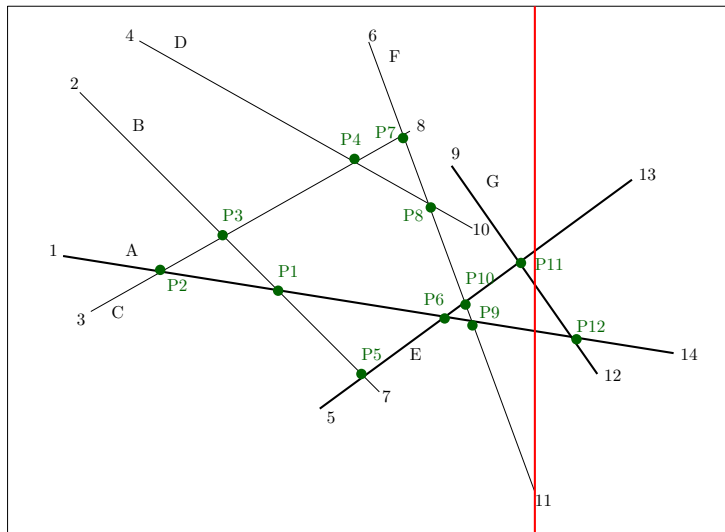
# Zametací hyperrovina



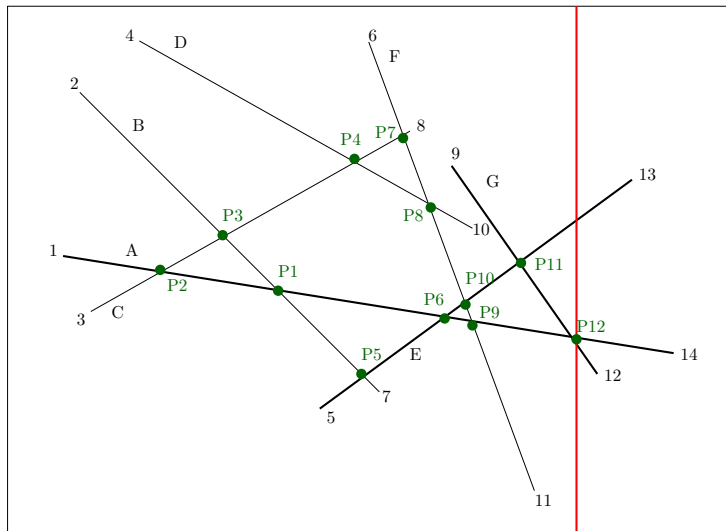
# Zametací hyperrovina



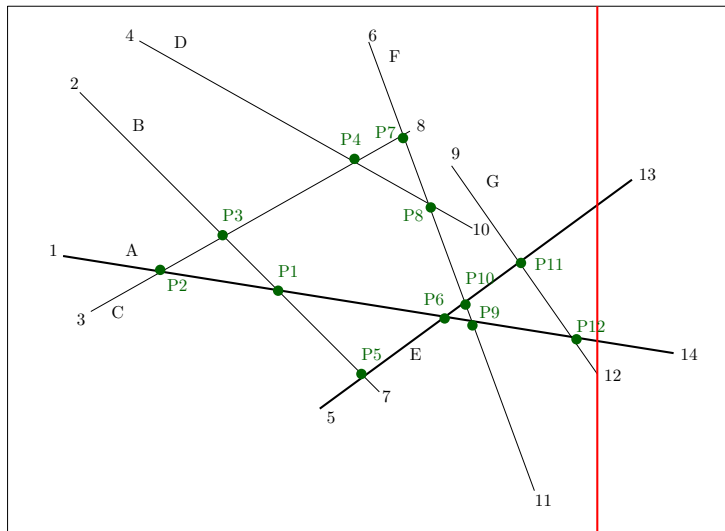
# Zametací hyperrovina



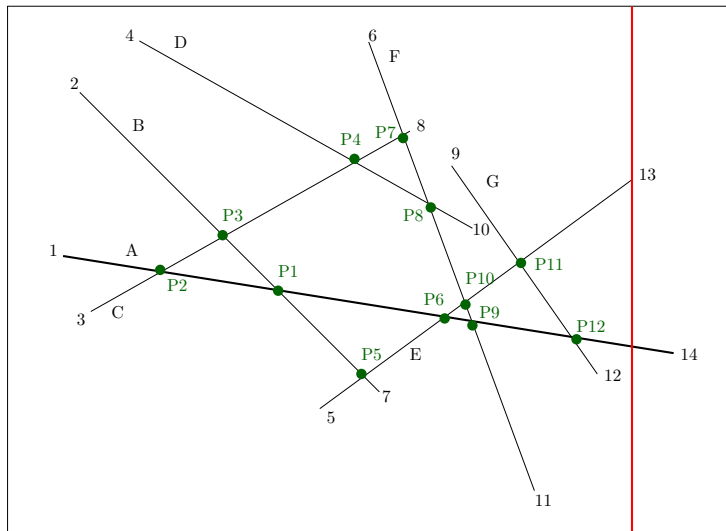
# Zametací hyperrovina



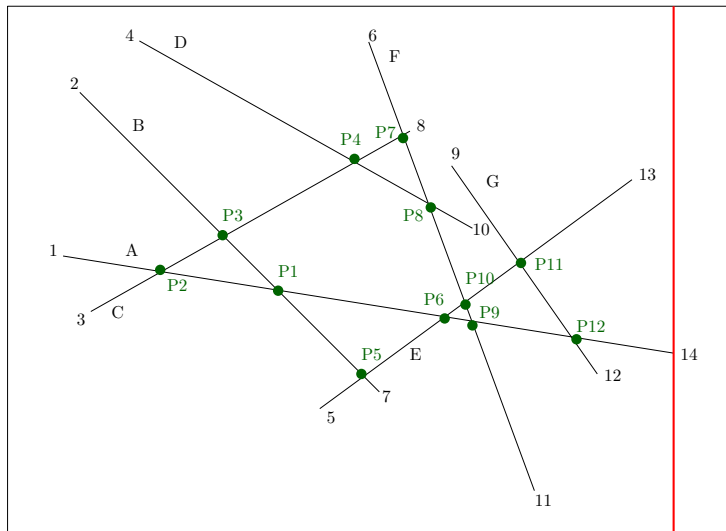
# Zametací hyperrovina



# Zametací hyperrovina



# Zametací hyperrovina



# Co bychom po dnešku měli znát

Témata probraná na dnešní přednášce:

- Kvadrantové stromy a jejich odvozeniny
- Hledání konvexní obálky
- Zametací hyperrovina